

声学参量阵转换效率提高方法

陆智淼 孟 进 王 波 赵治华[†] 胡安琪

(海军工程大学 舰船综合电力技术国防科技重点实验室 武汉 430000)

2022 年 6 月 7 日收到

2022 年 8 月 25 日定稿

摘要 针对参量阵转换效率低的问题,提出了一种通过调节声源表面声阻抗率从而提高转换效率的方法。该方法依据描述声波非线性的 Kuznetsov 方程,首先通过分析方程中拉格朗日密度对参量阵差频波的影响,获得了拉格朗日密度与声源表面声阻抗率之间的关系式,得出了通过调整声阻抗率可以提高参量阵转换效率的结论。随后提出了利用穿孔板改变声阻抗率的方法,并通过数值仿真验证了该方法的有效性。结果表明,通过在声源周围布置声穿孔板可以改变声阻抗率从而提高参量阵的转换效率。

关键词 Kuznetsov 方程, 拉格朗日密度, 参量阵, 差频波

PACS 数 43.25, 02.60

On the improvement of power conversion efficiencies of parametric arrays

LU Zhimiao MENG Jin WANG Bo ZHAO Zhihua[†] HU Anqi

(National Key Laboratory of Science and Technology on Vessel Integrated Power System Technology,
Naval University of Engineering Wuhan 430000)

Received Jun. 7, 2022

Revised Aug. 25, 2022

Abstract Due to the low power conversion efficiency of parametric array, a method proposed in this paper can be used to improve the power conversion efficiencies of parametric arrays by adjusting the specific acoustic impedance. The Kuznetsov equation that describes parametric arrays is first studied, and the influence of Lagrangian densities on difference-frequency waves is analyzed. And the relationship between the Lagrangian density and the acoustic impedance is obtained. Subsequently, the method of arranging perforated plates around the parametric array to adjust the acoustic impedance is proposed. The proposed method is validated through numerical simulations. The results show that this method can improve the power conversion efficiency of the parametric array by using perforated plates to change the acoustic impedance.

Keywords Kuznetsov equation, Lagrangian density, Parametric array, Difference frequency wave

引言

非线性声学是声学的重要分支,当声波的声强比较强的时候就会产生各种非线性效应,如谐波产生、冲击波形成、声辐射力出现等^[1-4]。近几年,随着能够产生高功率声波的强声声源在国防、工业和医疗等领域得到了越来越多的应用,非线性声学理论也得到了广泛的应用^[5-10]。其中,参量阵技术作为非线性声学理论中的一个重要研究领域,因其产生的

低频波束具有小尺寸、高指向性、无旁瓣、穿透力强等特点,从上世纪 60 年代开始就成为声学领域的研究热点。

1963 年, Westervelt 建立了声参量阵列的理论基础,认为两个频率的基频波在给定体积内发生干涉会产生和频波和差频波,可以用一个线源虚阵来描述和、差频波的产生^[4]。1965 年, Berkay 提出应用瑞利距离来判断参量阵的远场和近场,并得出了当声波为柱面或者球面传播时差频声场的表达式,推动了参量阵在水声中的应用^[11]。1975 年, Blackstock

[†] 通讯作者: 赵治华, tangxin11@alumni.nudt.edu.cn

和 Bennett 用 18.6 kHz 和 23.6 kHz 的声波信号产生了一个人耳可以听见的 5 kHz 差频声信号,第一次用实验证实了参量阵可在空气中实现^[12]。国内相关参量阵的试验最早见于 1986 年,黄奎万等在消声水池中进行了水下参量阵的试验,试验表明原波频率为 82 kHz 和 88 kHz 的球面波可以产生 6 kHz 的差频波^[13]。2013 年,武帅兵等设计了一款参量阵扬声器,通过测试发现采用参量阵扬声器输出的声波指向性优于普通扬声器^[14]。随着声学设备和计算机技术的不断发展,参量阵技术在许多领域都得到了应用,如低频声定向、海底探测、大气风速测量、生物医学成像、医学治疗等^[15]。综合以上文献可以看到,随着科技的进步,参量阵技术得到了广泛的应用,但是还存在转换效率低等缺点。参量阵的转换效率指参量阵产生的差频波的声功率与参量阵原波的总辐射功率之比,由参量阵理论公式 Westervelt 方程可知,差频波属于二阶解,相对于属于一阶解的原波来说是一个极小值,因此转换效率较低。根据文献 [12-13],在水中参量阵的转换效率约为 0.001% 左右。因此,提高参量阵的转换效率也是参量阵技术中亟需解决的关键问题之一。2011 年,李颂文等也在对水声工程中参量阵的应用研究中,指出了参量阵的缺点在于转换效率低,针对这一缺点提出减小参量阵下移比(原频和差频频率的比值)、提高原波声压级、改变介质参数等提高转换效率的方法^[16]。2013 年,宋洋等指出参量阵存在转换效率低等缺点,提出了采用改变介质参数等方法提高转换效率,并进行了试验验证^[17]。而随着低频换能器技术的发展,减小参量阵下移比(原频和差频频率的比值)成为了提高转换效率的方法之一。当差频波的频率确定时,可以通过降低原波的频率来提高差频波的声压级,例如当需要参量阵产生 18 Hz 声波时,可将一般参量阵扬声器的原波由 40 kHz 降至 100 Hz,这样可以进一步提高参量阵的转换效率。但此时由于原波的频率较低,参量阵的尺寸可能小于波长,其近场的波阵面会趋近于球面波或者柱面波。然而计算参量阵声场分布的 Westervelt 方程中忽略了拉格朗日密度导致其不能准确预测球面波或者柱面波的近场声场^[18]。因此,需要对包含了拉格朗日密度的 Kuznetsov 方程进行分析,才能精确预测非平面波参量阵的差频波,从而对影响参量阵转换效率的因素展开研究。

本文提首先分析了拉格朗日密度在非线性声波方程中的作用,随后采用数值方法分析拉格朗日密度对差频波的影响从而探索提高参量阵转换效率的方法。最后,结合上述研究提出了一种通过调节声

阻抗率提高参量阵转换效率的设计方法,并通过仿真进行了验证。

1 非线性声波方程研究

经典非线性声波方程如 Westervelt 方程、Burgers 方程等是在 Kuznetsov 方程的基础上忽略拉格朗日密度后推导得到的^[18-19],为了对拉格朗日密度与参量阵的转换效率之间的关系进行进一步的研究,需要对 Kuznetsov 方程展开分析。Kuznetsov 方程如下:

$$\nabla^2 p' - \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 p'}{\partial t^2} = -\frac{\beta}{\rho_0 c_0^4} \frac{\partial^2 p'^2}{\partial t^2} - \nabla^2 \mathcal{L} - \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 \mathcal{L}}{\partial t^2}, \quad (1)$$

其中, β 为非线性参数,在空气中一般设定为 1.2; c_0 为介质中的声速, ρ_0 为介质初始密度; p' 为声压, \mathcal{L} 为拉格朗日密度,其公式为

$$\mathcal{L} = \frac{(p')^2}{2\rho_0 c_0^2} - \frac{1}{2}\rho_0 v^2, \quad (2)$$

其中, v 为质点振动速度。

由式 (1) 可知,如果拉格朗日密度不为 0,会对声场产生影响。如果忽略拉格朗日密度则 $\mathcal{L} = 0$,根据上述等式可得到声压与质点振动速度之比应为 $(p')^2 - \rho_0^2 c_0^2 v^2 = 0$,要使等式成立,则声波的波阵面为平面波或近似平面波。由此可见,如果非线性声波方程忽略了拉格朗日密度 \mathcal{L} ,则只适用于计算平面波或者近似平面波的非线性声场,对非平面波的非线性声场无法展开精确描述。

因此,如果需要精确计算波阵面为球面波或者柱面波的非线性声场时,应当采用 Kuznetsov 方程而非 Westervelt 方程或 Burgers 方程。Kuznetsov 方程与其他两个方程之间区别就在于是否忽略了拉格朗日密度,因此为了分析上述方程在计算非线性声场上的区别,就需要分析拉格朗日密度对非线性声场的影响。拉格朗日密度公式中的声压与振速均为一阶量,此时声压与振速的关系可由声阻抗率决定。因此,拉格朗日密度公式可简化为与声阻抗率 Z 和振速 v 相关的方程:

$$\mathcal{L} = \frac{\rho_0 v^2}{2} \left(\frac{Z^2}{\rho_0^2 c_0^2} - 1 \right). \quad (3)$$

通过式 (3) 可看到,当振速保持不变时,拉格朗日密度由声阻抗率 Z 决定。当 $Z = \rho_0 c_0$ 时, $\mathcal{L} = 0$,说明了当声波为平面波时,拉格朗日密度对差频波无影响。当球面波、柱面波的声阻抗率小于平面波的声阻抗率即 $Z < \rho_0 c_0$ 时, $\mathcal{L} < 0$,说明其数值越小对差频波的影响越大。为了便于分析,采用拉格朗日密度绝对值作为表征影响差频波大小的指标。由于球

面波、柱面波的声阻抗率并不相同, 因此结合球面波、柱面波的声阻抗率公式可得两种波形下拉格朗日密度表达式:

$$\begin{cases} \mathcal{L}_c = \left| -\frac{1}{2}\rho_0 v^2 \left(\frac{1}{1+4k^2 r^2} \right) \right|, \\ \mathcal{L}_s = \left| -\frac{1}{2}\rho_0 v^2 \left(\frac{1}{1+k^2 r^2} \right) \right|, \end{cases} \quad (4)$$

其中, \mathcal{L}_c 为柱面波的拉格朗日密度绝对值, \mathcal{L}_s 为球面波的拉格朗日密度绝对值, k 为初级波的波数, r 为传播的距离, 球面波的声阻抗率公式为

$$Z_s = \frac{\rho_0 c_0 k r}{\sqrt{1+(kr)^2}},$$

柱面波的声阻抗率公式为

$$Z_c = \frac{2\rho_0 c_0 k r}{\sqrt{1+(2kr)^2}}.$$

根据式 (4) 可以看到当振速不变时, 拉格朗日密度绝对值与波数 k 以及传播距离 r 有关系。当 r 为声源半径 r_0 , 可用 kr_0 来表征声源的尺寸, 此时式 (4) 可以用来计算声源表面的拉格朗日密度, 可以得到声源表面的拉格朗日密度绝对值与声源尺寸 kr_0 的关系, 如图 1 所示。

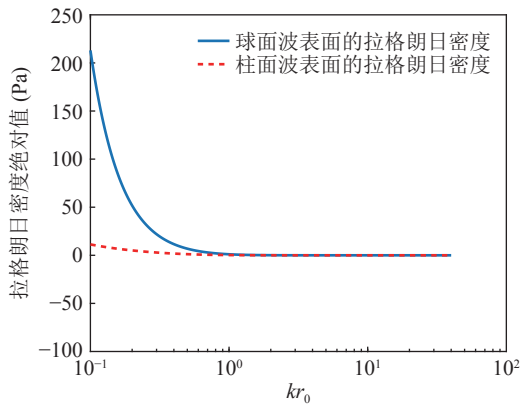


图 1 拉格朗日密度绝对值与 kr_0 之间的关系

由图 1 可见, 拉格朗日密度绝对值与声源尺寸 kr_0 之间是一个负相关的关系, 随着 kr_0 的增大, 声波波阵面也趋于平面波, 拉格朗日密度也趋于 0。说明了对平面波的差频波影响较小, 也验证了对拉格朗日密度的分析。而当 kr_0 较小时, 拉格朗日密度绝对值逐渐增大, 且球面波的增大趋势远大于柱面波, 说明拉格朗日密度对球面波的影响大于柱面波。

以上分析说明了采用 Kuznetsov 方程或 Westervelt 方程等经典的非线性声学方程计算得到平面波的非线性声场没有区别; 但是如果计算波阵面为球面波或者柱面波的非线性声场时, Kuznetsov 方程中由于

包含了拉格朗日密度, 得到的结果更为准确。

为了分析拉格朗日密度对非线性声场的影响, 需要对 Kuznetsov 方程与 Westervelt 方程进行进一步分析, 由于式 (1) 中一个方程中存在两个变量 p' 和 v , 计算比较困难且不易与 Westervelt 方程进行比较, 本文结合流体的运动方程、连续性方程以及物态方程, 推导了 Kuznetsov 方程的流体运动形式。

理想流体中的方程基本形式如下^[16]:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla(\rho v) = 0, \quad (5)$$

$$\rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} + v \cdot \nabla v \right) = -\nabla p', \quad (6)$$

$$\rho' = \frac{p'}{c_0^2} - \frac{\beta-1}{\rho_0 c_0^4} (p')^2, \quad (7)$$

其中, $\rho = \rho_0 + \rho'$, ρ' 为由于声波作用引起的密度扰动量。

将式 (7) 代入式 (5) 和式 (6), 可得关于非线性声波的流体运动基本方程组:

$$\begin{cases} \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{1}{\rho_0} \nabla p' = \frac{1}{\rho_0} \nabla \left(\frac{(p')^2}{2\rho_0 c_0^2} - \frac{1}{2}\rho_0 v^2 \right), \\ \nabla \cdot v + \frac{1}{\rho_0 c_0^2} \frac{\partial p'}{\partial t} = \frac{2\beta-1}{2\rho_0^2 c_0^4} \frac{\partial}{\partial t} (p')^2 - \frac{v}{\rho_0 c_0^2} \nabla p'. \end{cases} \quad (8)$$

注意到, 若在方程组 (8) 中忽略拉格朗日密度即第一个方程的等号右侧项, 方程组 (8) 可简化为 Westervelt 方程。

定义两个过程变量: $w_1 = p' + \rho_0 v^2/2$, $w_2 = p' - \rho_0 v^2/2$, 根据二阶近似, 可得:

$$\begin{cases} w_1 = \rho_0 v^2 + w_2, \\ w_1^2 = w_2^2. \end{cases} \quad (9)$$

根据 w_1 , w_2 的定义以及两变量之间的关系, 应用线性关系 $\partial p'/\partial t = -\rho_0 c_0^2 \nabla \cdot v$ 和 $\rho_0 \partial v/\partial t = -\nabla p'$, 代入式 (8), 可得:

$$\begin{cases} \rho_0 \frac{\partial v}{\partial t} + \nabla(\dot{p}) = -\rho_0 \nabla v^2, \\ \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial}{\partial t} (\dot{p}) + \rho_0 \nabla \cdot v = \frac{\beta-1}{\rho_0 c_0^4} \frac{\partial}{\partial t} (\dot{p})^2, \end{cases} \quad (10)$$

其中, 新的变量 \dot{p} 定义为

$$\dot{p} = w_2 - \frac{(w_2)^2}{2\rho_0 c_0^2} \approx p' - \frac{\rho_0 v^2}{2} - \frac{(p')^2}{2\rho_0 c_0^2}. \quad (11)$$

新方程组 (10) 在形式上与线性声学的流体运动的基本方程相似, 只是两个方程的右侧不再是 0, 且 \dot{p} 并不是非线性声场中的声压, 而是一个中间变量。根据式 (11), 可以得到非线性声场中声压的表达式:

$$p' \approx \ddot{p} + \frac{\rho_0 v^2}{2} + \frac{\ddot{p}^2}{2\rho_0 c_0^2}. \quad (12)$$

因此, 方程组 (10) 为 Kuznetsov 方程的流体运动形式, 而 Westervelt 方程的流体形式为^[19]

$$\begin{cases} \rho_0 \frac{\partial v}{\partial t} + \nabla(p') = 0, \\ \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial}{\partial t}(p') + \rho_0 \nabla \cdot v = \frac{\beta}{\rho_0 c_0^4} \frac{\partial}{\partial t}(p')^2. \end{cases} \quad (13)$$

通过比较式 (10) 和式 (13) 可知, Kuznetsov 方程和 Westervelt 方程的流体形式类似。由于两个方程中的声压的概念并不相同, 如果需要比较两个方程, 声源最好采用速度激励的方式。

2 仿真结果分析与讨论

由于理论方法的局限性, 非线性声波方程难以得到解析解, 因此需要采用数值模拟方法进行计算。声场计算中可以使用的数值方法有很多, 如时域有限差分法、有限元法、边界元法、算子分解法、谱元法等, 其中时域有限差分法具有可直接时域计算、处理问题灵活、结果简单直观等优点被广泛应用于声波传播问题的求解中^[20]。因此, 采用时域有限差分方法对不同波阵面的参量阵的进行计算及比较, 分析拉格朗日密度对差频波的影响。

2.1 非线性平面波仿真分析

根据第 1 节的分析, 当波阵面为平面波时, 拉格朗日密度等于 0, 这表明采用 Kuznetsov 方程与 Westervelt 方程可以得到相同的结果。本文采用低频平面波参量阵进行验证, 假设在空气中传播的平面波参量阵产生的差频波为 18 Hz, 原波频率分别为 91 Hz 和 109 Hz, 采用振速激励方式激发声波, 振速设置为 1 m/s, 空气的密度为 1.29 kg/m³, 声速为 344 m/s。由于差频波是由两个原波的非线性效应产生的, 因此采用两个原波之和作为表征原波特征的量进行分析。图 2 为 91 Hz 与 109 Hz 的声波之和及 18 Hz 差频波的声场传播曲线, 其中蓝色直线、红色直线分别为 Kuznetsov 方程的原波之和及差频波, 蓝色圆形标记、红色方形标记分别为 Westervelt 方程的原波之和及差频波。

从图 2 中可知, 由于存在非线性作用, 声波在传播的过程中原波的能量在向谐波转移, 因此原波声压级随传播距离缓慢下降, 而谐波声压级随着传播距离的增加而逐渐上升。同时可以看到, Kuznetsov 方程与 Westervelt 方程得到的声场分布曲线基本一

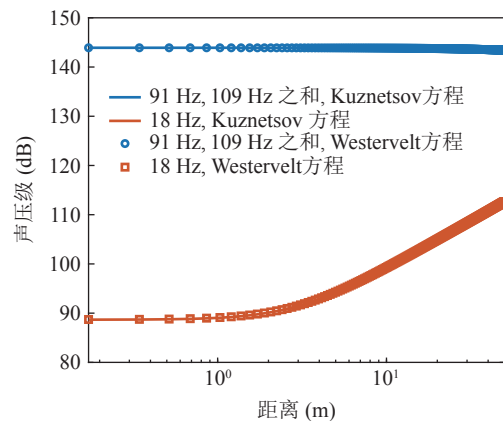


图 2 拉格朗日密度对非线性平面波的影响

致, 验证了拉格朗日密度对平面波无影响。

2.2 非平面波参量阵差频波的影响研究

根据第 1 节分析可知, 拉格朗日密度对球面波和柱面波参量阵均存在影响, 因此分别对柱面波、球面波参量阵的差频波进行计算并展开分析。假设在空气中参量阵的两个原波频率分别为 91 Hz 和 109 Hz, 声源表面的振速为 1 m/s, 令 kr_0 分别为 0.1, 1, 5, 计算结果如图 3 和图 4 所示。其中, 横轴表示传播距离, 纵轴表示声压级, 蓝色直线、红色直线分别为 Kuznetsov 方程的原波之和及差频波, 蓝色圆形标记、红色方形标记分别为 Westervelt 方程计算得到的原波之和及差频波。

由图 3(a)、图 3(b)、图 3(c) 可见, 采用 Kuznetsov 方程和 Westervelt 方程计算得到的原波的结果基本一致, 说明了拉格朗日密度对柱面波参量阵发出的原波基本无影响, 但是对差频波有影响, 且与 kr_0 有关。当 kr_0 的数值较小时 ($kr_0 = 0.1, 1$), 拉格朗日密度会在声源近场附近形成数值较大的差频波并随着传播距离的增加而迅速衰减, 同时可以看到 kr_0 越小, 衰减速度越慢, 影响的距离也更广。而当 kr_0 数值较大时 ($kr_0 = 5$), 拉格朗日密度对于差频波几乎没有影响。这是由于随着 kr_0 的数值逐渐增大, 声源表面的波阵面越来越趋近于平面波, 拉格朗日密度对差频波的作用也越来越小。

采用 Kuznetsov 方程和 Westervelt 方程计算球面波参量阵的结果与柱面波类似, 此处不再赘述。通过对比图 3(a) 和图 4(a) 以及图 3(b) 和图 4(b), 可以发现拉格朗日密度对球面波参量阵差频波的影响远大于柱面波, 影响的范围也更广。例如当 $kr_0 = 0.1$ 时, 拉格朗日密度在传播距离为 1 m 左右时对柱面波差频波产生的影响就很小了, 但是对于球面波参量阵的差频波直到传播距离为 40 m 左右时影响才消除。

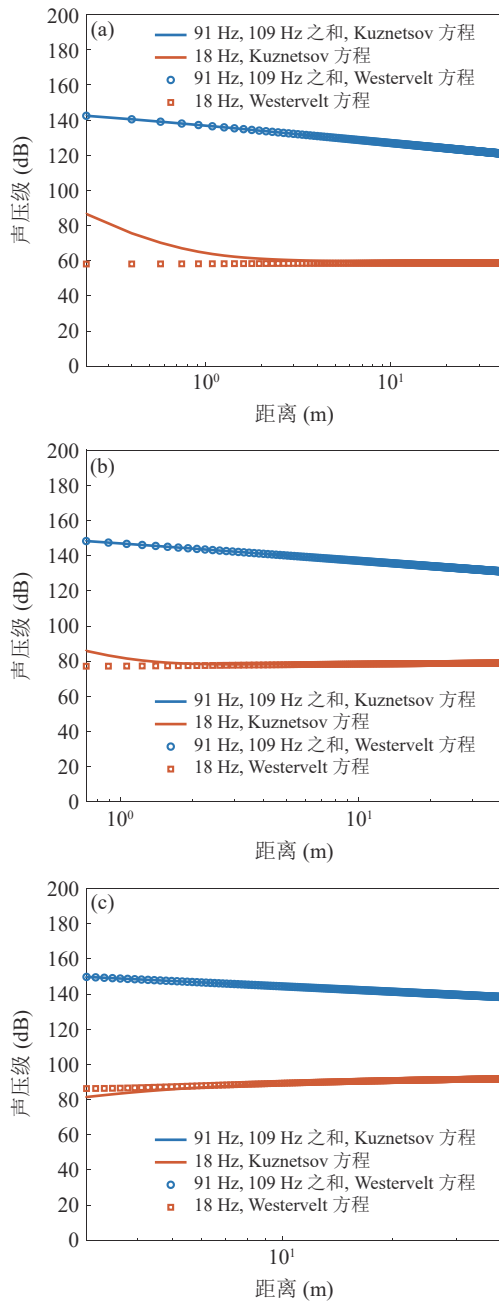


图 3 不同 kr_0 下拉格朗日密度对柱面波参量阵的影响
(a) $kr_0 = 0.1$; (b) $kr_0 = 1$; (c) $kr_0 = 5$

通过以上分析可知, 采用 Kuznetsov 方程或 Westervelt 方程进行差频波的近场计算时, 其结果差别较大, 但是该差异会随着传播距离的增大而迅速衰减, 因此文献 [18] 将由拉格朗日密度产生的差频波称为局部差频波, 认为拉格朗日密度对远场的差频波没有影响。但是通过图 4(a) 可以看到, 当 $kr_0 = 0.1$ 的时候, 拉格朗日密度所引起的局部差频波传播至 40 m 左右时才衰减完, 而当 $kr_0 = 1$ 时, 如图 4(b) 所示, 这种局部差频波传播至 3 m 左右时已经完全衰减, 不再对差频波起作用。这表明如果 kr_0 足够小,

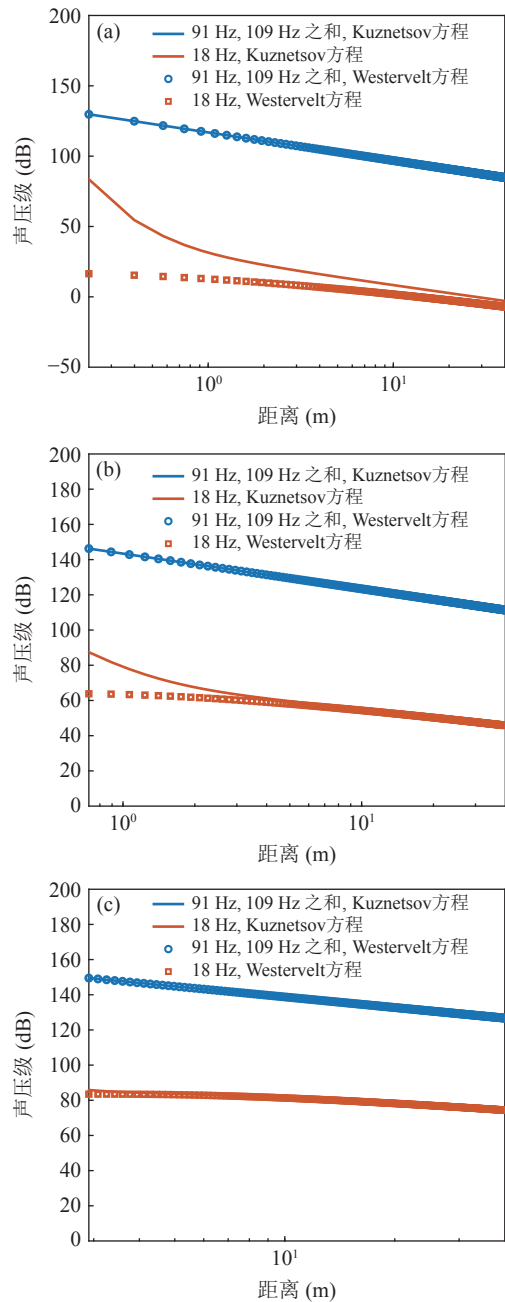


图 4 不同 kr_0 下拉格朗日密度对球面波参量阵的影响
(a) $kr_0 = 0.1$; (b) $kr_0 = 1$; (c) $kr_0 = 5$

则拉格朗日密度的影响范围可以变得很大, 有可能对参量阵的远场产生影响。

2.3 拉格朗日密度对差频波远场的影响研究

为了验证以上分析, 本文计算了当 $kr_0 = 0.01$ 时的柱面波与球面波参量阵的传播特性, 参量阵的基本参数与前文一致, 其结果如图 5 所示。由图 5(a) 可以看出, 拉格朗日密度对柱面波参量阵的差频波的影响范围较小, 这样的结果可以从图 1 看出来, 当 $kr_0 = 0.01$ 时的柱面波参量阵的拉格朗日密度远小于球面波参量阵, 甚至比 $kr_0 = 0.1$ 时球面波参量阵的拉

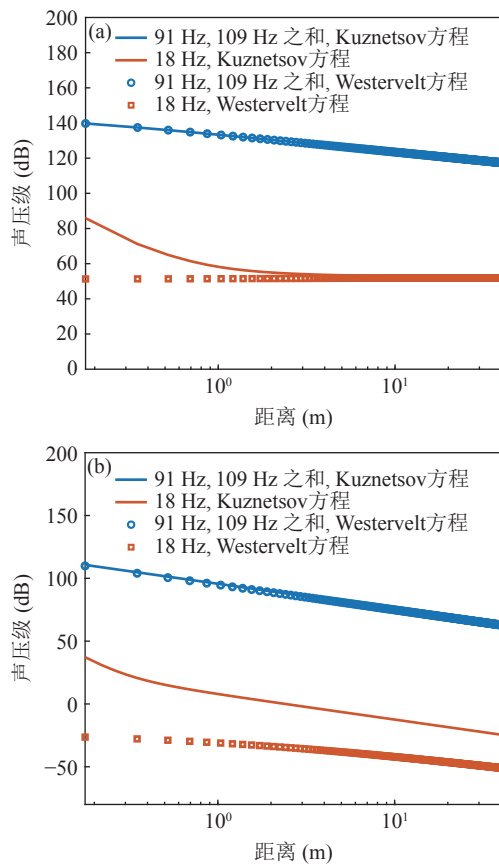


图5 声波在 $kr_0 = 0.01$ 时的传播特性 (a) 柱面波; (b) 球面波

格朗日密度还小, 因此拉格朗日密度对柱面波参量阵在 40 m 处仅仅有 0.4 dB 左右的影响, 但是对球面波参量阵来说, 拉格朗日密度在 40 m 处将会带来 26 dB 左右的增益, 说明拉格朗日密度有可能对球面波参量阵远场的差频波产生比较大的影响, 而对于柱面波参量阵来说, 需要更小尺寸的声源才能对远场的差频波产生影响。

根据上文研究, 通过仿真计算分析了拉格朗日密度对平面波、非平面波参量阵的影响。结果表明, 拉格朗日密度对平面波参量阵几乎没有影响; 对非平面波参量阵的差频波存在影响, 但是对柱面波参量阵的影响较小, 对球面波参量阵的影响较大。通过分析可以看到, 拉格朗日密度的绝对值与 kr_0 呈反比, 当 kr_0 足够大时, 拉格朗日密度趋于 0, 对差频波不起作用; 而当 kr_0 足够小时, 拉格朗日密度还会影响到传播至更远距离的差频波。

2.4 提高参量阵转换效率研究

通过上述分析可知, 可以采用减小 kr_0 的方法来提高参量阵的转换效率。但是随着声源的尺寸减小, 声源的输出能量也会随之减小, 且过小的声源尺寸也难以物理实现。

声源表面声阻抗率公式为

$$\begin{cases} Z_{c0} = \frac{2\rho_0 c_0 k r_0}{\sqrt{1 + (2kr_0)^2}}, \\ Z_{s0} = \frac{\rho_0 c_0 k r_0}{\sqrt{1 + (kr_0)^2}}, \end{cases} \quad (14)$$

其中, Z_{c0} 和 Z_{s0} 分别为柱面波和球面波的声源表面声阻抗率。

由式 (14) 可知, 改变 kr_0 的实质就是改变声源表面的声阻抗率。带穿孔板的声源可以通过调节孔尺寸来调整声阻抗^[21-22], 因此可在球声源、柱声源外部布置穿孔板, 通过调节小孔尺寸来调整声源的拉格朗日密度。为了验证该方法的有效性, 同时考虑仿真计算的效率, 本文采用二维的圆柱声源进行验证, 主要的设计思想是, 将多个穿孔板弯曲设计并将声源包围, 如图 6 所示。该结构由 6 个穿孔板构成, 其中每个穿孔板中存在一个单孔, 声源发出的声波通过每个穿孔板的单孔向外传播, 由于建模复杂, 使用有限元法进行仿真计算。穿孔板参数包括: 距离声源中心距离 d 、厚度 h 、角度 θ 、个数 N 等。

假设 $N = 8, d = 0.33 \text{ m}, \theta = 4.50^\circ, h = 0.027 \text{ m}$, 柱声源参量阵的 $kr_0 = 0.5$, 参量阵同时发射 91 Hz 和 109 Hz 声波, 激励振速为 1 m/s, 带穿孔板的柱声源参量阵声波随距离的变化趋势如图 7 所示。由图可见, 在原波的声压级保持不变的情况下, 穿孔板使

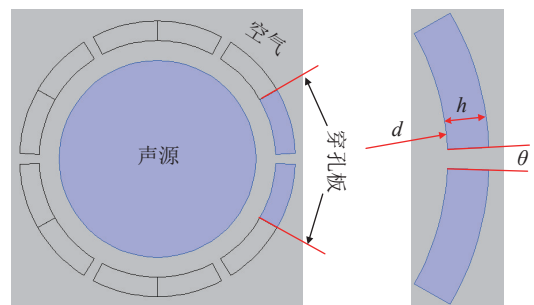


图6 柱声源与穿孔板示意图

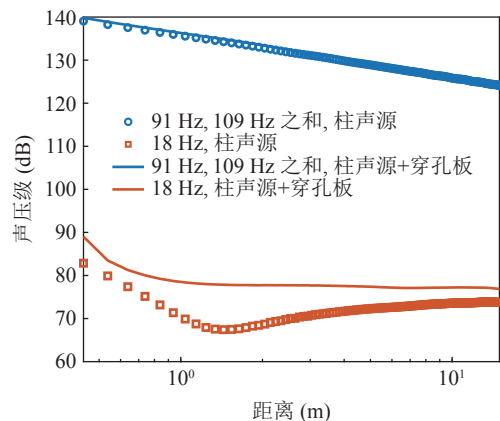


图7 声波随距离的变化趋势 ($kr_0 = 0.5$, 柱面波参量阵)

18 Hz 差频波声压级在 15 m 处增大了 3 dB 左右, 而从图 3(a) 可以看到, 对于 $kr_0 = 0.1$ 的柱面波参量阵, 拉格朗日密度在 15 m 只给差频波带来了 0.7 dB 的增益。该结果表明, 这种方法可以提高柱面波参量阵的差频波的声压级, 因而提高参量阵的转换效率。

为了得到穿孔板的最优设计, 本文探索了 N , d , θ , h 四个参数对参量阵差频波的影响, 如图 8 所示, 其中纵轴表示参量阵的声波传播至 15 m 时带穿孔板柱面波参量阵的原波之和与差频波的增量。由图 8(a) 可见, 参量阵的差频波的声压级与个数 N 成反比, 其中 $d = 0.03$ m, $\theta = 4.50^\circ$, $h = 0.02$ m; 由图 8(b) 可见, 参量阵的差频波的声压级与角度 θ 成反比, 其中 $N = 8$, $d = 0.03$ m, $h = 0.02$ m; 由图 8(c) 可见, 参量阵的差频波的声压级与厚度 h 成正比, 其中 $N = 8$, $\theta = 4.50^\circ$, $d = 0.03$ m; 由图 8(d) 可见, 参量阵的差频波的声压级与距离 d 成正比, 其中 $N = 8$, $\theta = 4.50^\circ$, $h = 0.02$ m。

通过图 8 可以看到, 当声源的振速保持不变时, 随着结构参数的变化, 不仅差频波会产生变化, 原波的声压级也会发生变化, 且差频波和原波的增加幅度并不相同, 说明了参量阵的转换效率也发生了改变。为了简化计算, 以差频波和原波的声压之比来

表征参量阵的转换效率, 则 4 个参数与转换效率之间的关系如图 9 所示。

从图 9 可知, N , θ , h , d 四个参数对参量阵的转换效率均有影响。因此, 提高参量阵转换效率的穿孔板的最佳设计方法是: 在工程条件允许的情况下, 数目 N 以及角度 θ 要尽量小, 而厚度 h 以及距离 d 要尽量大。为了验证这种设计方式, 不妨设 $N = 4$, $\theta = 2.25^\circ$, $h = 0.04$ m, $d = 0.03$ m, 此时参量阵的差频波随距离的变化趋势如图 10 所示。

通过图 10 可知, 优化后的带穿孔板的柱面波参量阵可以使差频波在 15 m 处增大 7 dB 左右, 相比于优化前也增加了 4 dB 左右, 说明了这种设计方法的有效性。

结合上述仿真模型, 研究穿孔板的工作带宽, 即对不同差频波的转换效率特性。假设两个原波的平均频率为 100 Hz, 此时如果采用参量阵来产生大于平均频率一半的差频波 (> 50 Hz), 对比直发声源没有优势, 因此, 仅计算差频波频率为 5~50 Hz 的仿真模型。穿孔板对不同差频波的转换效率特性如图 11 所示。

由图 11 可知, 在 5~50 Hz 的差频波频率范围之内, 采用穿孔板的柱面波参量阵转换效率均高于无

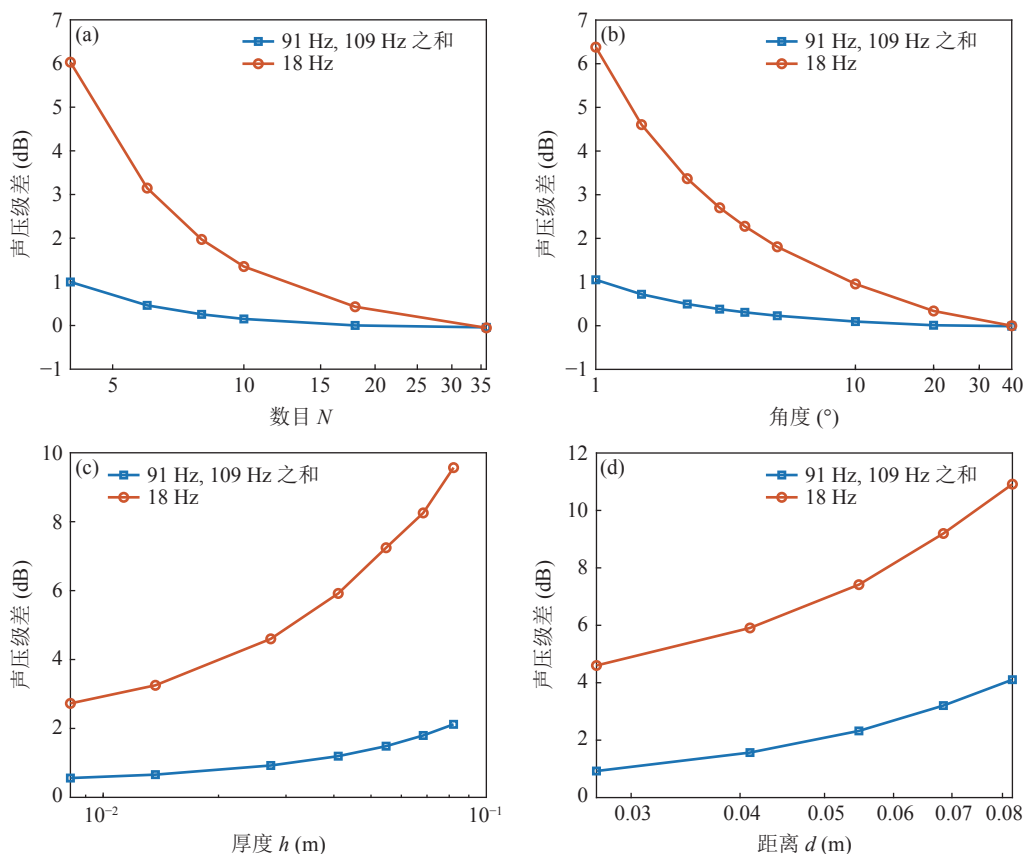


图 8 原波、差频波与穿孔板参数之间的关系 (a) 与数目 N 的关系; (b) 与角度 θ 的关系; (c) 与厚度 h 的关系; (d) 与距离 d 的关系

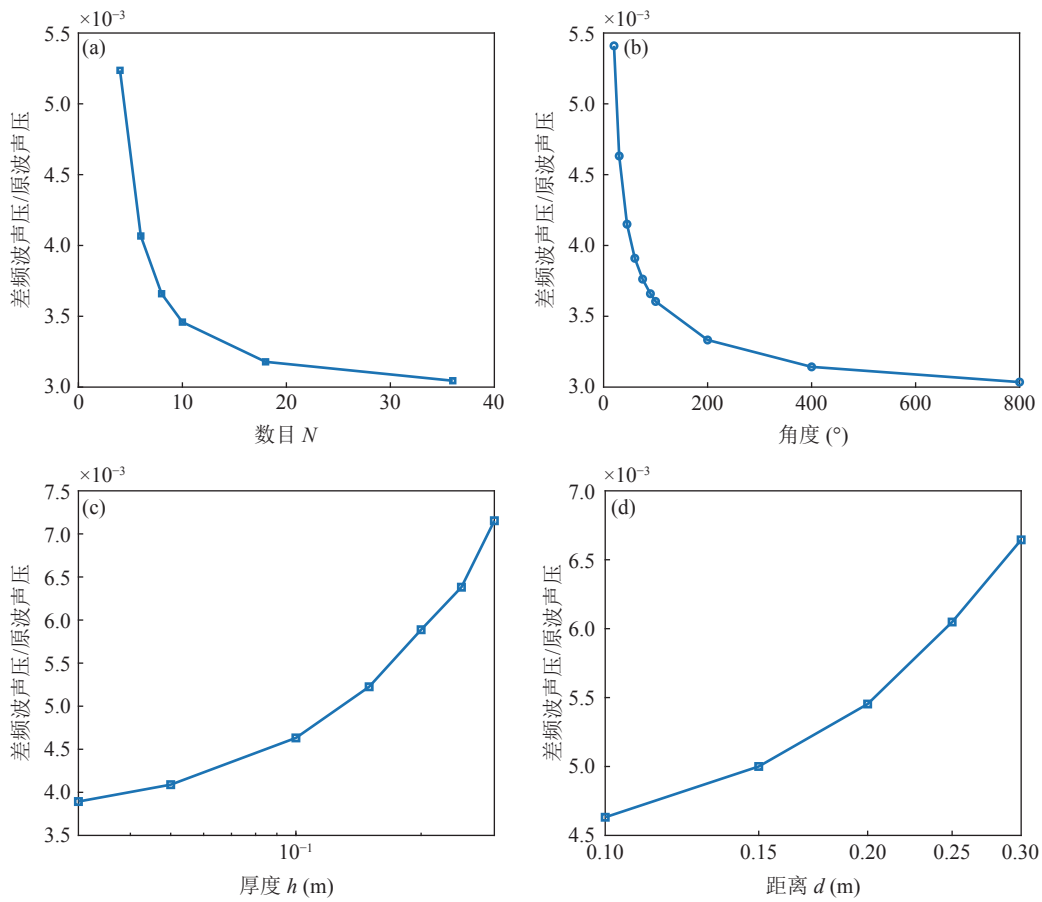


图 9 差频波和原波之间的声压之比与穿孔板参数之间的关系 (a) 与数目 N 的关系; (b) 与角度 θ 的关系; (c) 与厚度 h 的关系; (d) 与距离 d 的关系

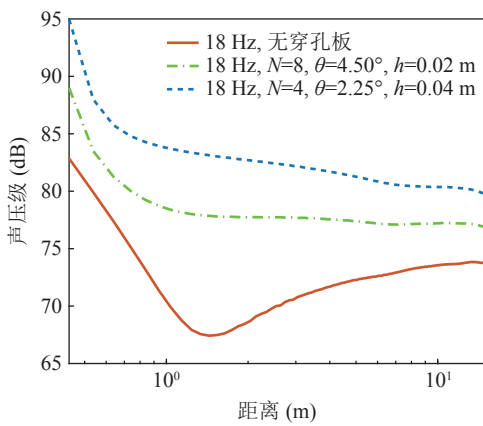


图 10 优化设计后的差频波声压级

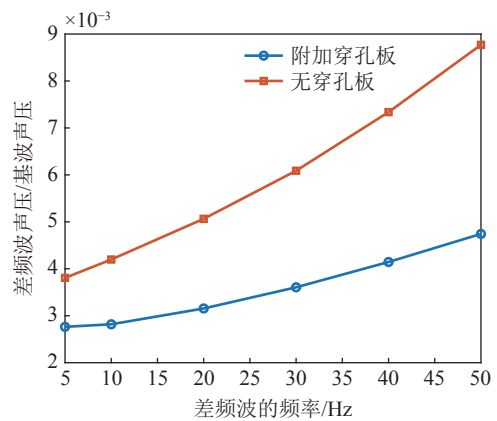


图 11 附加穿孔板后的带宽特性

穿孔板的柱面波参量阵, 说明这种穿孔板并不只对单个频率有效, 而是具有一定的带宽, 对柱面波参量阵可用的工作频率范围内 (小于两个原波的平均频率的一半) 均有效。

上述的仿真结果表明, 通过增加穿孔板个数的也可以提高参量阵转换效率, 并且不只对单个频率有效, 而是具有一定的带宽。如果将其应用在球面波参量阵中, 在一定差频波的频率范围之内可能会获

得更大的差频波增益, 参量阵的转换效率将会提高。

3 结论

参量阵具有小尺寸、高指向性等特点, 是非线性声学理论中的一个重要研究领域, 但还存在转换效率较低等缺点, 因此研究提高参量阵转换效率的方法对参量阵应用具有重要意义。Westervelt 方程等经典的非线性声波方程由于忽略了拉格朗日密度,

导致无法精确描述非平面波参量阵。结合保留二阶小量的运动方程、连续性方程以及状态方程, 本文推导了 Kuznetsov 方程的流体运动形式。采用理论以及数值方法分析了拉格朗日密度对非平面波参量阵的影响, 发现拉格朗日密度与声源表面的声阻抗率有关, 而声阻抗率与声源尺寸 kr_0 相关, 而当 kr_0 足够小时, 拉格朗日密度会提高传播至远场的差频波。但是由于 kr_0 不能无限小, 提出了一种通过调节声阻抗率提高参量阵转换效率的方法, 即在声源四周环绕穿孔板以调控声阻抗率, 从而达到提高转换效率的目的。

参 考 文 献

- 1 钱祖文. 非线性声学概述. 物理, 1991; **20**(5): 261—266
- 2 马大猷. 大振幅驻波理论. 声学学报, 1990; **15**(5): 354—363
- 3 Crighton D G. Propagation of finite-amplitude waves in fluids. John Wiley & Sons, Inc., 2007: 203—217
- 4 Westervelt P J. Parametric acoustic array. *J. Acoust. Soc. Am.*, 1963; **35**(4): 535—537
- 5 曹娜, 陈时, 曹辉, 等. 非线性波动方程的新数值迭代方法. 物理学报, 2020; **69**(3): 136—142
- 6 叶欣, 费兴波, 何申成. 高强度聚焦超声治疗肿瘤. 国外医学: 肿瘤学分册, 2004; **31**(1): 38—40
- 7 Morris R H, Dey E R, Axford D, *et al.* Non-contact universal sample presentation for room temperature macromolecular crystallography using acoustic levitation. *Sci. Rep.*, 2019; **9**: 12431
- 8 陈伟中. 声空化物理. 北京: 科学出版社, 2014: 14—16
- 9 Burns P N, Simpson D H, Averkiou M A. Nonlinear imaging. *Ultrasound Med. Biol.*, 2000; **26**(S1): 19—22
- 10 Gan W S. A review of parametric acoustic array in air. *Appl. Acoust.*, 2012; **73**(12): 1211—1219
- 11 Berktaý H O. Possible exploitation of non-linear acoustics in underwater transmitting applications. *J. Sound Vib.*, 1965; **2**(4): 435—461
- 12 Bennett M B, Blackstock D T. Parametric array in air. *J. Acoust. Soc. Am.*, 1975; **57**(3): 562—568
- 13 黄奎万, 赵玉芳, 杨继良. 关于参量阵中伪声的分析. 应用科技, 1986; **43**(2): 33—39
- 14 武帅兵. 参量阵扬声器在声场控制中的应用研究. 博士学位论文, 北京: 中国科学院声学研究所, 2013: 47—49
- 15 聂新华. 声学参量阵及其测试技术研究. 硕士学位论文, 长沙: 国防科学技术大学, 2009: 3—8
- 16 李颂文. 参量阵及其在水声工程中的应用进展. 声学技术, 2011; **30**(1): 9—16
- 17 宋洋, 李颂文. 参量接收阵转换效率实验研究. 声学技术, 2013; **32**(S5): 233—235
- 18 M Červenka, M Bednařik. A versatile computational approach for the numerical modelling of parametric acoustic array. *J. Acoust. Soc. Am.*, 2019; **146**(4): 2163—2169
- 19 Hamilton M F, Blackstock D T. Nonlinear acoustics. San Diego: Academic Press, 1998
- 20 李太宝. 计算声学. 北京: 科学出版社, 2005: 223—227
- 21 葛俊, 邱小军. 穿孔板声阻抗模型研究. 南京大学学报, 2010; **46**(4): 379—386
- 22 赵松龄. 圆柱面上小孔的声阻抗. 声学学报, 1992; **17**(1): 1—9