

高增益对角减载波束形成方法研究

夏麾军 马远良 汪 勇 刘亚雄

(西北工业大学航海学院 西安 710072)

2015 年 4 月 1 日收到

2015 年 9 月 29 日定稿

摘要 实际的海洋噪声包括不相关噪声成分和相关噪声成分, 针对不相关噪声仅仅影响接收数据协方差矩阵对角元素的这一现象, 提出一种基于对角减载技术的高增益最小方差无畸变响应法 (minimum variance distortionless response, MVDR)。在稳健性足够的前提下, 首先, 按照一定准则选取约束量, 利用加权向量范数约束法保证方法的稳健性。然后, 利用牛顿迭代法计算得到对角减载系数。最后, 将减去对角减载系数的协方差矩阵应用到 MVDR 波束形成方法中。仿真和海试数据处理结果表明, 对角减载 MVDR 波束形成方法在保证稳健性的同时, 提高了阵增益和多目标分辨能力。通过调整减载系数, 能够在稳健性与阵增益之间进行折中。

PACS 数: 43.30, 43.60

Study of high-gain beamforming using diagonal reducing

XIA Huijun MA Yuanliang WANG Yong LIU Yaxiong

(School of Marine Science and Technology, Northwestern Polytechnical University Xi'an 710072)

Received Apr. 1, 2015

Revised Sept. 29, 2015

Abstract Ocean ambient noise mainly includes uncorrelated noise and correlated noise, and the uncorrelated noise only affects the diagonal elements in the covariance matrix. A high array gain beamforming with diagonal reducing is presented utilizing this feature. Firstly, the constrained value is selected by some criterions, and the array weight norm constraint is used to ensure the robustness of this method. Secondly, the diagonal reducing value is calculated by the newton iteration method. Finally, the covariance matrix which subtracts the diagonal reducing value is used in the MVDR beamformer. Both the numerical simulations and experimental results show that the proposed method can increase the array gain and the resolution capacity of multi-target. This method can provide compromise between array gain and robustness by changing the diagonal reducing value.

引言

水声环境具有低信噪比的特点, 在水声信号处理中, 一般需要通过阵列信号处理来提高处理增益, 而空间谱估计方法是水声阵列信号处理的常用方法。空间谱估计方法包括子空间分解方法和波束形成方法。基于子空间分解方法的算法缺点是当信号源数估计不正确时, 其性能可能会严重下降。波束形成方法包括常规波束形成方法 (conventional beamforming, CBF) 和 MVDR 波束形成方法等, 这些方法均是水

声阵列信号处理中最常用的方法。由于 CBF 波束形成方法受到瑞利限^[1]的限制, 分辨率不高, 而 MVDR 波束形成方法则能得到更高的分辨效果, 其应用更为广泛。为了提高波束形成方法的性能, 很多学者研究了基于 CBF 和 MVDR 波束形成方法的各种改进技术^[2], 其中有学者将协方差矩阵对角线置 0, 改善了 CBF 的性能^[3-6], 提高了阵增益, 但是不能照搬到 MVDR 方法中来, 因为 MVDR 波束形成方法需要对协方差矩阵求逆运算。赵安邦, 周彬^[7-8]等人提出了一种基于对角减载的 MVDR 波束形成方法, 却没有考虑稳健性, 过度的减载将导致稳健性严重下

降,使波束形成方法的性能严重变差;很多学者做了提高 MVDR 波束形成方法稳健性的研究^[9-11],其中对角加载类方法^[12-15]被广泛的应用,典型代表是加权向量范数约束法^[13,16-17],这些方法一定程度上牺牲了阵增益。MVDR 的阵增益与稳健性是矛盾的,如何在两者之间权衡,必须全面考虑各种因素的影响,找到最合适的平衡点。因此本文提出了基于对角减载的稳健高增益 MVDR 波束形成方法 (diagonal reducing, DR-MVDR),保证一定稳健性的前提下,获取最大的阵增益。DR-MVDR 方法能够得到应用主要受到以下两个方面的启发:

(1) 阵列接收到的噪声,阵元之间并不是理想的互不相关,还包括部分相关的噪声或干扰^[18-20]。显然,不相关的噪声成分体现在接收数据协方差矩阵的对角线上。由此可以推测,使用对角减载技术,消除对角线上的不相关噪声的影响,提高信噪比,获取更大的阵增益。

(2) MVDR 波束形成方法中,较少的快拍造成的协方差矩阵误差,容易把期望信号误认为是干扰进行抑制,波束形成方法的稳健性变差。Van Trees²¹已经介绍了加权向量范数表示误差敏感度函数 $T_{se} = \|w\|^2$,用来表征波束形成方法的稳健性,其值越小,则稳健性越高。加权向量范数约束法的目的是通过对角加载使得 T_{se} 小于等于用户设置的门限值。由此推断,当快拍数较多时,协方差矩阵估计误差小,此时未经过对角加载得到的 T_{se} 已经小于等于门限值,说明稳健性很好,因此可通过对角减载,牺牲部分多余的稳健性,使得 T_{se} 达到门限值,从而提高阵增益和多目标分辨能力。

根据以上两个方面的分析,对角减载技术适用于稳健性较好情形。稳健性受到多个方面的影响,其中快拍数与输入信噪比的影响至关重要,而声呐探测的目标多为静止或者相对缓慢的,且信噪比较低。因此可以通过增加快拍数量,减小信号协方差矩阵估计误差,提高稳健性,然后利用对角减载技术提高阵增益和多目标分辨能力。

证明了在足够稳健性的前提下,通过对角减载,能够获得更大的阵增益和多目标分辨能力,并且通过数值计算的方法获得了减载系数。利用在中国南海采集的海试数据验证该算法的有效性及其适用性。

1 背景知识

考虑 M 个水听器组成的任意空间几何阵,当信号和噪声之间互不相关,则可以得到数据协方差矩阵为:

$$\mathbf{R}_{XX} = \mathbf{R}_s + \mathbf{R}_n = \sigma_s^2 \mathbf{a}_s \mathbf{a}_s^H + \sigma_n^2 \boldsymbol{\rho}_n, \quad (1)$$

其中, σ_s^2 为信号的功率, \mathbf{a}_s 为真实的响应向量, σ_n^2 为噪声的功率, $\boldsymbol{\rho}_n$ 为归一化噪声协方差矩阵,当只存在白噪声时, $\boldsymbol{\rho}_n = \mathbf{I}$ 。 \mathbf{R}_n 为噪声的协方差矩阵。

存在非白噪声,包括干扰与有色噪声时,噪声协方差矩阵写成:

$$\mathbf{R}_n = \mathbf{R}_{cn} + \mathbf{R}_{un} = \sigma_{cn}^2 \boldsymbol{\rho}_{cn} + \sigma_{un}^2 \mathbf{I}, \quad (2)$$

式中, \mathbf{R}_{cn} 为相关噪声的协方差矩阵,定义 $\sigma_{cn}^2 = \text{tr}(\mathbf{R}_{cn})/M$ 为相关噪声功率, $\boldsymbol{\rho}_{cn}$ 为相关噪声的归一化协方差矩阵, σ_{un}^2 表示白噪声的功率。

MVDR 波束形成方法的设计原理是让感兴趣方位的信号无失真输出,而使波束输出噪声方差最小,需要给定假想导向向量 $\bar{\mathbf{a}}_s$,故 MVDR 加权向量为:

$$\mathbf{w}_{MVDR} = \frac{\mathbf{R}_n^{-1} \bar{\mathbf{a}}_s}{\bar{\mathbf{a}}_s^H \mathbf{R}_n^{-1} \bar{\mathbf{a}}_s}. \quad (3)$$

很多情况下,无法估计噪声协方差矩阵,此时直接用数据协方差矩阵 \mathbf{R}_{XX} 代替 \mathbf{R}_n 。在实际应用中,协方差矩阵是未知的,可以通过有限次采样条件下做时间上的平均得到采样协方差矩阵,用该矩阵来代替数据协方差矩阵,记为 \mathbf{R} 。利用采样协方差矩阵代替协方差矩阵来实现 MVDR 波束形成的方法称为样本协方差矩阵求逆法 (sample matrix inversion, SMI),为了保证 \mathbf{R} 可逆,快拍数 N 需要满足 $N \geq M$ 。

2 对角减载

2.1 对角减载对阵增益的影响

假设导向向量和协方差矩阵都没有误差。将协方差矩阵对角减去不相关噪声,根据式 (1) 得减载后的协方差矩阵为:

$$\mathbf{R}_{XX}^\lambda = \begin{bmatrix} r_{11} - \lambda & r_{12} & \cdots & r_{1M} \\ r_{21} & r_{22} - \lambda & \cdots & r_{2M} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r_{M1} & r_{M2} & \cdots & r_{MM} - \lambda \end{bmatrix} =$$

$$\mathbf{R}_{XX} - \lambda \mathbf{I} = \sigma_s^2 \mathbf{a}_s \mathbf{a}_s^H + [\sigma_n^\lambda]^2 \boldsymbol{\rho}_n^\lambda, \quad (4)$$

上式中, $\lambda \geq 0$ 为减载系数, $[\sigma_n^\lambda]^2$ 与 $\boldsymbol{\rho}_n^\lambda$ 定义为减载后的噪声功率和归一化噪声协方差矩阵, RNR 定义为减载系数与白噪声功率之比:

$$\text{RNR} = \frac{\lambda}{\sigma_{un}^2}, \quad (5)$$

由式 (2) 容易推导得:

$$[\sigma_n^\lambda]^2 = \sigma_{cn}^2 + \sigma_{un}^2 - \lambda, \quad (6)$$

$$\boldsymbol{\rho}_n^\lambda = \frac{\sigma_{\text{cn}}^2 \boldsymbol{\rho}_{\text{cn}} + (\sigma_{\text{un}}^2 - \lambda) \mathbf{I}}{[\sigma_n^\lambda]^2} \quad (7)$$

得到对角减载后加权向量为:

$$\mathbf{w}_\lambda = \frac{[\mathbf{R}_{XX}^\lambda]^{-1} \bar{\mathbf{a}}_s}{\bar{\mathbf{a}}_s^H [\mathbf{R}_{XX}^\lambda]^{-1} \bar{\mathbf{a}}_s}. \quad (8)$$

根据阵增益的定义, 得到阵增益为:

$$G_{\text{MVDR}} = 10 \lg \left(\frac{\sigma_n^2 |\mathbf{w}_\lambda^H \mathbf{a}_s|^2}{[\sigma_n^\lambda]^2 \mathbf{w}_\lambda^H \boldsymbol{\rho}_n^\lambda \mathbf{w}_\lambda} \right) = 10 \lg \left(\frac{\sigma_n^2 \left| \bar{\mathbf{a}}_s^H [\mathbf{R}_{XX}^\lambda]^{-1} \mathbf{a}_s \right|^2}{[\sigma_n^\lambda]^2 \bar{\mathbf{a}}_s^H [\mathbf{R}_{XX}^\lambda]^{-1} \boldsymbol{\rho}_n^\lambda [\mathbf{R}_{XX}^\lambda]^{-1} \bar{\mathbf{a}}_s} \right). \quad (9)$$

Cox 给出了式 (9) 的推导结果^[22], 当 $\bar{\mathbf{a}}_s = \mathbf{a}_s$ 时, 可以得到:

$$G_{\text{MVDR}} = 10 \lg \left(\frac{\sigma_n^2}{[\sigma_n^\lambda]^2} \left| \bar{\mathbf{a}}_s^H [\boldsymbol{\rho}_n^\lambda]^{-1} \bar{\mathbf{a}}_s \right| \right). \quad (10)$$

使用 Woodbury 公式

$$(\mathbf{A} + \mathbf{U}\mathbf{A})^{-1} = \mathbf{A}^{-1} - \mathbf{A}^{-1} \mathbf{U} (\mathbf{I} + \mathbf{V}\mathbf{A}^{-1} \mathbf{U})^{-1} \mathbf{V}\mathbf{A}^{-1} \quad (11)$$

计算 $[\boldsymbol{\rho}_n^\lambda]^{-1}$, 从而可以得到阵增益的表达式为:

$$G_{\text{MVDR}} = 10 \lg \left(\frac{\sigma_n^2}{\sigma_{\text{un}}^2 - \lambda} (M - e) \right) \quad (12)$$

$$e = \bar{\mathbf{a}}_s^H \frac{\sigma_{\text{cn}}^2}{\sigma_{\text{un}}^2 - \lambda} \boldsymbol{\rho}_{\text{cn}} \left(\mathbf{I} + \frac{\sigma_{\text{cn}}^2}{\sigma_{\text{un}}^2 - \lambda} \boldsymbol{\rho}_{\text{cn}} \right)^{-1} \bar{\mathbf{a}}_s,$$

根据式 (12), 当 $\lambda = \sigma_{\text{un}}^2$ 时, 不相关噪声被全部消除, 阵增益达到最大。在实际应用中, 由于快拍数有限, 使得协方差矩阵不能精确的估计, 噪声功率无法正确估计, 且考虑到波束形成方法的稳健性, 故不能得到最大阵增益。

2.2 对角减载对稳健性的影响

为了分析对角减载技术对 SMI 波束形成方法 (diagonal reducing SMI, DR-SMI) 稳健性的影响, 假设数据中没有期望信号, 并且噪声为白噪声, 则采样协方差矩阵即为噪声协方差矩阵。对角减载后的采样协方差矩阵进行特征分解, 得到:

$$\mathbf{R} - \lambda \mathbf{I} = \mathbf{U}\boldsymbol{\Gamma}\mathbf{U}^H - \lambda \mathbf{U}\mathbf{U}^H = \sum_{m=1}^M (\gamma_m - \lambda) \mathbf{u}_m \mathbf{u}_m^H = \mathbf{U} (\boldsymbol{\Gamma} - \lambda \mathbf{I}) \mathbf{U}^H, \quad (13)$$

式中 $\gamma_m, m = 1, 2, \dots, M$ 为特征值, 按照降序排列 $\gamma_1 \geq \gamma_2 \geq \dots \geq \gamma_M$, $\boldsymbol{\Gamma}$ 为特征值组成的对角矩阵 $\boldsymbol{\Gamma} = \text{diag}(\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_M)$ 。列向量 $\mathbf{u}_m, m = 1, 2, \dots, M$

为对应于特征值的特征向量, \mathbf{U} 是由特征向量组成的矩阵 $\mathbf{U} = [\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \dots, \mathbf{u}_M]$ 。易得 $(\mathbf{R} - \lambda \mathbf{I})^{-1}$ 为:

$$(\mathbf{R} - \lambda \mathbf{I})^{-1} = \mathbf{U} (\boldsymbol{\Gamma} - \lambda \mathbf{I})^{-1} \mathbf{U}^H = \frac{1}{\gamma_{\text{min}} - \lambda} \left(\mathbf{I} - \sum_{m=1}^M \frac{\gamma_m - \gamma_{\text{min}}}{\gamma_m - \lambda} \mathbf{u}_m \mathbf{u}_m^H \right), \quad (14)$$

式中, γ_{min} 为最小的特征值。将上式的结果代入到 SMI 加权向量中, 并且省略标量, 得到加权向量为:

$$\mathbf{w}_{\text{SMI}} = \bar{\mathbf{a}}_s - \sum_{m=1}^M \frac{\gamma_m - \gamma_{\text{min}}}{\gamma_m - \lambda} \mathbf{u}_m \mathbf{u}_m^H \bar{\mathbf{a}}_s, \quad (15)$$

进一步, 得到的波束响应为:

$$p = \mathbf{w}_{\text{SMI}}^H \mathbf{a}_s = p_{\text{CBF}} - \sum_{m=1}^M \frac{\gamma_m - \gamma_{\text{min}}}{\gamma_m - \lambda} \mu_m p_{\text{eig},m}, \quad (16)$$

式中, $p_{\text{CBF}} = \bar{\mathbf{a}}_s^H \mathbf{a}_s$, 可以看作是常规波束形成方法的波束响应; $p_{\text{eig},m} = \mathbf{u}_m^H \mathbf{a}_s$ 是第 m 个特征向量作为加权向量得到的波束响应。特征向量是正交的, 所以特征波束也是正交的。 $\mu_m = \bar{\mathbf{a}}_s^H \mathbf{u}_m$ 表示常规波束的加权向量与第 m 个特征向量之间的相关性。实际中, 由于采样快拍数的限制, 采样协方差矩阵估计一定会存在误差, 使得白噪声对应的特征值不相等, 等式 (16) 右边第 2 项不可能为 0。并且, 白噪声对应的特征波束是随机变量, 它的变化影响 SMI 波束响应, 稳健性变差。对角减载增加白噪声成分对波束的影响, 使得稳健性变差, 且减载系数越大, 稳健性越差。

2.3 对角减载 SMI 波束形成算法

综合上述两个小节分析可以得到如下结论:

(1) 对角减载技术能够消除不相关噪声成分, 从而达到提高阵增益的目的, 且当 $\lambda = \sigma_{\text{un}}^2$ 时, 不相关噪声成分被完全消除, 使得阵增益达到最大, 但是此时协方差矩阵不可逆; (2) 对角减载技术降低了波束形成方法的稳健性, 且减载系数 λ 越大, 稳健性越差。总的来说要求减载系数 $0 \leq \lambda < \sigma_{\text{un}}^2$, 即 $0 \leq \text{RNR} < 1$, 通过对角减载技术在阵增益与稳健性之间进行合理的折中。

下面是仿真研究稳健性与采样数目以及输入信噪比的关系, 仿真条件: 空间均匀噪声场中, 考虑一个 15 元均匀线阵, 阵元间距为 0.75 m, 有一个目标, 方位为 -40° 。阵列接收的窄带信号中心频率为 1000 Hz, 带宽为 50 Hz, 采样频率为 8000 Hz。噪声通过 [800, 1200] Hz 的带通滤波器, 定义信噪比为信号与滤波后的噪声功率之比, 阵元位置误差服从方差为 0.5 cm^2 的零均值高斯分布, 归一化通道幅度误差服从方差为 0.005 的零均值高斯分布, 通道相移误

差服从方差为 0.5 rad^2 的零均值高斯分布。由于信号，噪声都是随机过程，每次仿真得到的结果有所不同，需要采用大量独立试验估计平均性能。在后文中考察各种随机过程的定量性能时，如无特别说明，显示的都是进行 200 次独立试验取平均值的结果。

图 1 给出了信噪比为 -30 dB ，RNR 为 0.9 时，SMI 与 DR-SMI 波束形成方法的加权向量范数级 $10\lg\|w\|^2$ 随样本数目的变化，显然， $10\lg\|w\|^2$ 随着样本数目的增加而减小。样本数目相同的时候，DR-SMI 方法比 SMI 方法的 $10\lg\|w\|^2$ 大，稳健性差，且随着样本数目的增加，这种差距逐渐减小。充分说明在样本数目足够大的情况下，因为协方差矩阵估计误差带来的稳健性的损失得以减小，保证了足够的稳健性。

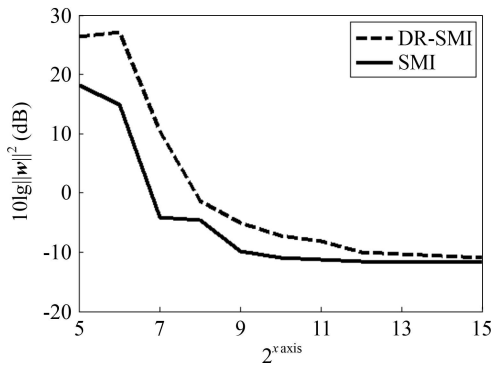


图 1 $10\lg\|w\|^2$ 随采样数目的变化
(横坐标是以 2 为底的指数)

图 2 给出了采样数目为 1024 时，RNR 为 0.9 时，SMI 与 DR-SMI 波束形成方法的加权向量范数级 $10\lg\|w\|^2$ 随输入信噪比的变化。从图中可以看出随着输入信噪比的增加，两种方法的稳健性都变差，且变化趋势基本一致。同等条件下，DR-SMI 方法的稳健性始终比 SMI 方法的稳健性差，这是由于减载后，相当于提高了信噪比，对信号的零陷深度增大。因此，SMI 方法和 DR-SMI 方法，都适用于较低信噪比的情形。

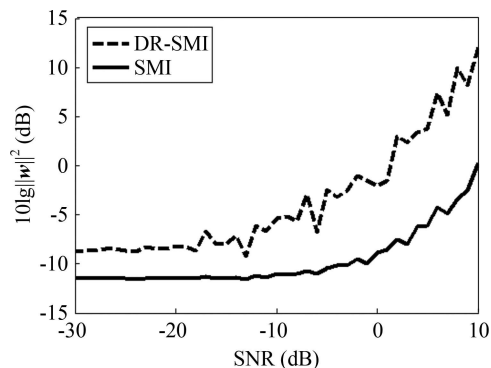


图 2 $10\lg\|w\|^2$ 随输入信噪比的变化

通过对上述两幅图分析得到的结论，可以推断，在采样数目足够大，输入信噪比较低时，稳健性有充足的保障，此时能够通过对角减载技术，牺牲部分稳健性且保证稳健性在所需求的范围内，达到提高阵增益的目的。用一个实例说明减载的可行性与实施方法，图 3(a) 给出了采样数为 4096，信噪比为 -30 dB 时，DR-SMI 的稳健性随 RNR 的变化，随着 RNR 的增加，稳健性逐渐变差。图 3(b) 给出了 DR-SMI 的阵增益随 RNR 的变化，随着 RNR 的增加，阵增益先逐渐变大，随着 RNR 的继续增大，稳健性的过度恶化导致阵增益减小。对角减载技术实施办法，用户设定 $10\lg\|w\|^2 \leq -10 \text{ dB}$ ，即对稳健性的限制。为了在满足稳健性限制的前提下获得最大的阵增益，从图 3(a) 中找到 $10\lg\|w\|^2 = -10 \text{ dB}$ 时，RNR 为 0.75，即图中 A 点，加权向量范数级损失了 1.4 dB；在此 RNR 的情况下，从图 3(b) 中可以得到最大的阵增益为 16 dB，即图中 B 点，比 SMI 方法提高了约 4 dB，如果继续增大 RNR，由于稳健性的变差，阵增益也会变差。

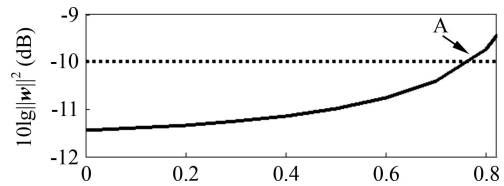


图 3(a) 稳健性随 RNR 的变化

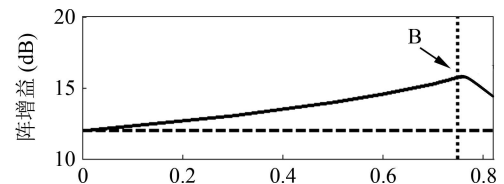


图 3(b) 阵增益随 RNR 的变化

3 减载系数的估计

首先由用户设定门限，记为 ζ_0 。门限的设定与很多因素有关，如位置误差，通道误差，采样协方差矩阵的快拍数以及输入信噪比等，需要综合考虑这些因素，选择合适的门限值，夏永伟等人给出了门限值的选取准则^[23]。在未进行对角减载时，计算误差敏感度函数 T_{se} ，若 $T_{se} > \zeta_0$ ，说明 SMI 波束形成方法的稳健性较差，需要进行对角减载^[13,15]，提高波束形成方法的稳健性，本文不考虑此种情况；若 $T_{se} < \zeta_0$ ，此时可以利用对角减载技术，牺牲部分稳健性，提高阵增益。得到范数约束 SMI 波束形成方法：

$$\min_w w^H R w, \quad \text{s.t. } w^H \bar{a}_s = 1, w^H w = \zeta_0, \quad (17)$$

利用 Lagrange 乘数法, 令:

$$L(\mathbf{w}, \lambda, v) = \mathbf{w}^H \mathbf{R} \mathbf{w} + \lambda (\zeta_0 - \mathbf{w}^H \mathbf{w}) + v (\mathbf{w}^H \bar{\mathbf{a}}_s - 1) + v^* (\bar{\mathbf{a}}_s^H \mathbf{w} - 1), \quad (18)$$

式中 λ 和 v 是实值 Lagrange 乘子, $\lambda \geq 0$ 。将上式对 \mathbf{w}^H 求导, 且令导数为 0, 有:

$$\mathbf{w} = -\hat{v} (\mathbf{R} - \hat{\lambda} \mathbf{I})^{-1} \bar{\mathbf{a}}_s, \quad (19)$$

由于波束形成方法的原理是让信号无失真的输出, 有 $\bar{\mathbf{a}}_s^H \mathbf{w} = 1$, 所以有:

$$\hat{v} = - \left[\bar{\mathbf{a}}_s^H (\mathbf{R} - \hat{\lambda} \mathbf{I})^{-1} \bar{\mathbf{a}}_s \right]^{-1}, \quad (20)$$

将上式的结果代入到式 (19) 中, 得到:

$$\mathbf{w} = \frac{(\mathbf{R} - \hat{\lambda} \mathbf{I})^{-1} \bar{\mathbf{a}}_s}{\bar{\mathbf{a}}_s^H (\mathbf{R} - \hat{\lambda} \mathbf{I})^{-1} \bar{\mathbf{a}}_s}, \quad (21)$$

上式的结果说明, 通过对 T_{se} 的约束, 得到的加权向量属于对角减载波束形成方法的加权向量。减载系数的获取可以通过求解下式方程得到:

$$\|\mathbf{w}\|^2 = \frac{\bar{\mathbf{a}}_s^H (\mathbf{R} - \hat{\lambda} \mathbf{I})^{-2} \bar{\mathbf{a}}_s}{\left[\bar{\mathbf{a}}_s^H (\mathbf{R} - \hat{\lambda} \mathbf{I})^{-1} \bar{\mathbf{a}}_s \right]^2} = \zeta_0. \quad (22)$$

将采样协方差矩阵 \mathbf{R} 进行特征分解, 如式 (13),

令:

$$\mathbf{z} = \mathbf{U}^H \bar{\mathbf{a}}_s = \begin{bmatrix} z_1 & z_2 & \cdots & z_M \end{bmatrix}^T. \quad (23)$$

根据式 (14)、式 (22) 和式 (23), 令:

$$f(\lambda) = \frac{\sum_{m=1}^M \frac{|z_m|^2}{(\gamma_m - \lambda)^2}}{\left[\sum_{m=1}^M \frac{|z_m|^2}{\gamma_m - \lambda} \right]^2} - \zeta_0, \quad (24)$$

有 $f(\hat{\lambda}) = 0$ 。Tian^[14] 等人已经证明了 $f(-\lambda)$ 是一个单调递减函数, 故 $f(\lambda)$ 是一个单调递增函数, 图 3(a) 从数值结果上说明了这一点。因此对求解形如 $f(\lambda) = 0$ 的解时, 可采用牛顿迭代法进行数值计算。综上所述, 可以得到数值计算减载系数的步骤如下:

(1) 首先判断 T_{se} 与门限的关系, 若 $T_{se} > \zeta_0$, 不能进行对角减载处理。若 $T_{se} < \zeta_0$, 则可以进行对角减载处理;

(2) 对采样协方差矩阵 \mathbf{R} 进行特征分解, 如式 (13);

(3) 利用牛顿迭代方法, 选择合适的初始值, 求解式 (24);

(4) 将求解出来的 $\hat{\lambda}$ 值代入到式 (21) 中, 得到加权向量。

4 仿真验证

仿真条件与 2.3 节仿真条件一样, 增加了一个目标, 方位为 -30° , 设置 $\zeta_0 = 0.8$ 。信噪比为 -10 dB 时 SMI, DR-SMI 方法得到的方位谱如图 4 所示, 图 4(a) 给出了采样数为 4096 时的方位谱, 图 4(b) 的采样数为 16384。从图中可以看出, 适当的增加采样数, 稳健性增高, 则在加权向量范数约束的前提下获得的减载系数越大, 即减去的噪声越多, 阵增益越大, 多目标分辨能力越高。

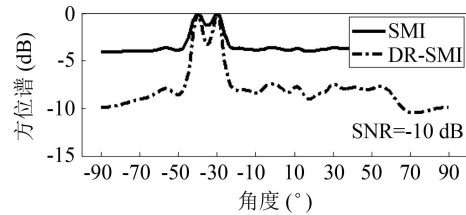


图 4(a) 采样数为 4096, RNR=0.7

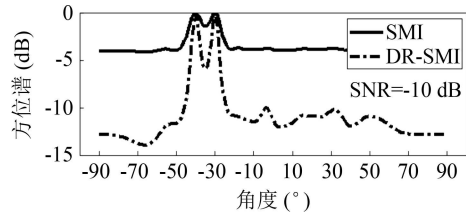


图 4(b) 采样数为 16384, RNR=0.86

信噪比为 -15 dB 时 SMI, DR-SMI 方法得到的方位谱如图 5 所示, 图 5(a) 给出了采样数为 4096 时的方位谱, 图 5(b) 的采样数为 16384。减载系数与信噪比为 -10 dB 时的差不多, 原因在于图 2, 当信噪比低于某一值时, 稳健性随 SNR 的变化较小。

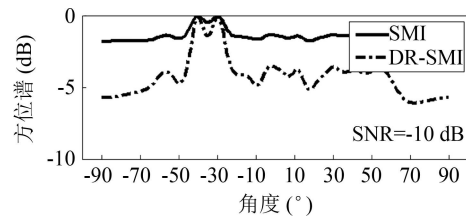


图 5(a) 采样数为 4096, RNR=0.73

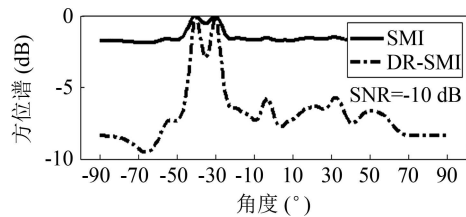


图 5(b) 采样数为 16384, RNR=0.9

为了对比两种方法的多目标分辨性能, 对某一次仿真试验, 若估计出的两个信号方位 $\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2$ 满足:

$$|\hat{\theta}_1 - \theta_1| + |\hat{\theta}_2 - \theta_2| < |\hat{\theta}_1 - \hat{\theta}_2|, \quad (25)$$

式中, θ_1 和 θ_2 为真实的信号方位, 则认为此次试验两信号能正确分辨, 成功分辨概率 p_0 指正确分辨次数占总试验次数的百分比。

图 6 给出两信号方位角度间隔为 10° , RNR 为 0.83 时, p_0 随输入信噪比的变化, 同样输入信噪比, DR-SMI 比 SMI 有更高的 p_0 。图 7 给出了信噪比为 -15 dB, 方位角度间隔为 10° 时, DR-SMI 方法的 p_0 随 RNR 的变化, p_0 先是随着 RNR 的增大而增大, 当 RNR 达到某一最佳值时, p_0 达到最大值, 此后因为稳健性的过度恶化, 导致波束形成方法性能下降, p_0 也相应的下降。图 8 给出了信噪比为 -15 dB, RNR 为 0.83 时, p_0 随角度间隔的变化, 同一角度间隔, DR-SMI 方法比 SMI 方法有更高的 p_0 。

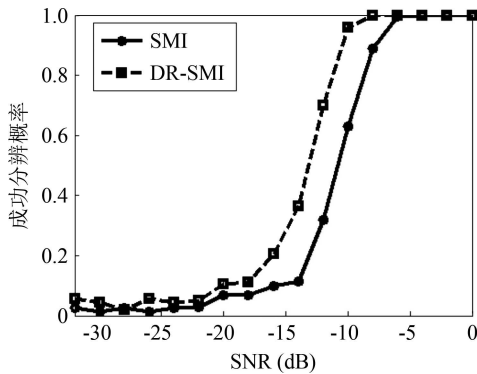


图 6 成功分辨概率随输入信噪比的变化

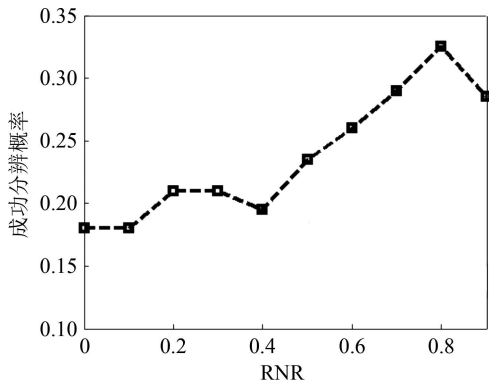


图 7 DR-SMI 方法的成功分辨概率随 RNR 的变化

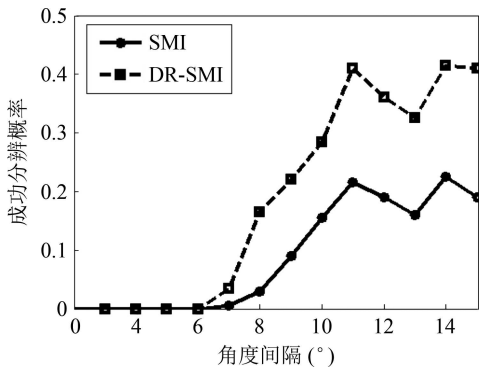


图 8 成功分辨概率随角度间隔的变化

5 海试数据验证

下面对中国南海采集的海试数据进行处理, 以验证该算法的有效性。阵元数为 16, 半径为 1.5 m 的圆环阵。采样频率为 25 kHz, 线性调频信号带宽为 700~1500 Hz。为满足协方差矩阵求逆运算, 估计协方差矩阵时使用 2 s 的数据。分别采用 SMI 和 DR-SMI 算法进行处理, 得到的方位时间历程图 (Bearing time record, BTR) 如图 9, 颜色对比单位是 dB。图 10 是选择 10 s 时的方位谱。

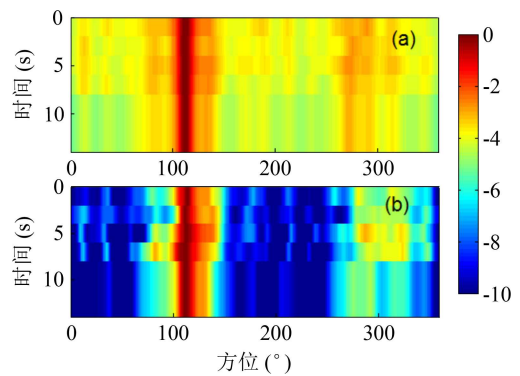


图 9 海试数据 BTR 图 ((a) SMI; (b) DR-SMI)

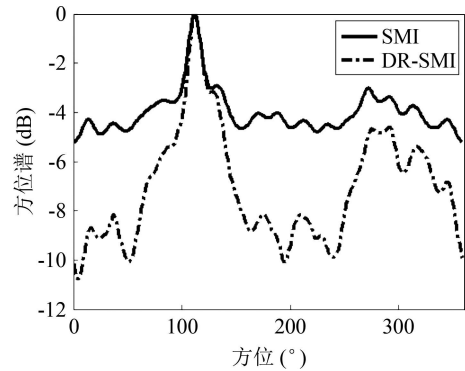


图 10 方位谱

计算得到 RNR 为 0.894。结果显示, DR-SMI 比 SMI 有更低的旁瓣。通过近似方法计算输出信噪比: 第 1 步利用存在信号的数据段做 SMI 和 DR-SMI, 获得信号输出能量 P_s 与噪声输出能量 P_n 的总和; 第 2 步, 选择存在信号数据的前一段纯噪声数据, 利用第 1 步得到的权值向量与 RNR, 计算噪声输出能量; 第 3 步, 计算输出信噪比 SNR_o , 得表 1。

表 1 输出信噪比

方法	P_s (dB)	P_n (dB)	SNR_o (dB)
SMI	-23.3724	-14.8413	-8.5311
DR-SMI	-23.6653	-18.7290	-4.9363

从表 1 中结论可以看出, 在输入信噪比一样的前提下, DR-SMI 的输出信噪比提高了约 3.6 dB, 即阵增益增大。

6 结论

在水声阵列信号处理中, MVDR 波束形成方法仍然是应用最广泛的。实际的海洋噪声包括不相关的白噪声和相关的噪声成分。白噪声仅仅影响协方差矩阵的对角元素, 本文提出了一种基于对角减载技术的稳健高增益 MVDR 波束形成方法。通过理论分析, 得到如下结论: (1) 对角减载系数取值需要大于 0 小于协方差矩阵最小特征值, 随着取值的增加, 阵增益变大, 多目标分辨能力变强; (2) 对角减载技术会使得稳健性变差, 且随着减载系数的增大, 稳健性越差; (3) 对角减载技术能够应用, 前提是表征稳健性的 T_{se} 足够小, 故利用加权向量范数约束, 保证稳健性在用户认可的范围内, 通过适当的对角减载, 获得最大的阵增益; (4) 利用加权向量范数约束方法时, 能够通过数值计算, 获得减载系数的估计值。通过仿真和实验数据处理, 对比验证了对角减载技术的适用性与有效性。

参 考 文 献

- 1 Wax M, Kailath T. Detection of signals by information theoretic criteria. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing*, 1985; **33**(2): 387—392
- 2 Wang Yong, Yang Yixin, Ma Yuanliang *et al.* Broadband pattern synthesis for circular sensor arrays. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 2014; **136**(2): EL153—EL158
- 3 Dougherty R P. Advanced time-domain beamforming techniques. In: Proc. 10th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, Manchester, 2004: 1—11
- 4 Dougherty R P. Beamforming in acoustic testing. Berlin: 2002: 83—86
- 5 Horne W, James Kevin. Concepts for reducing the self-noise of in-flow acoustic sensors and arrays. In Proc. 5th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference and Exhibit, 1999: 108—118
- 6 Hutcheson Florence, Brooks Thomas. Effects of angle of attack and velocity on trailing edge noise. In Proc. 42nd AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, 2004: 39—66
- 7 周彬, 赵安邦, 龚强等. 基于对角减载的水声阵列 smi-Mvdr 空间谱估计技术. *系统工程与电子技术*, 2014; **36**(12): 2381—2387
- 8 赵安邦, 周彬, 宋雪晶等. 水声阵列信号处理对角减载技术. *哈尔滨工程大学学报*, 2014; **35**(11): 1328—1331
- 9 徐晓男, 马启明, 杜栓平. 波束空间能量约束的稳健自适应波束形成. *声学学报*, 2013; **38**(3): 258—264
- 10 汪勇, 杨益新. 柱体表面圆环阵稳健高增益波束形成的模态域直接优化方法研究. *声学学报*, 2012; **37**(3): 308—318
- 11 范展, 梁国龙. 基于干扰协方差矩阵重构的恒定束宽鲁棒自适应波束形成. *声学学报*, 2015; **40**(1): 104—109
- 12 李文兴, 毛晓军, 孙亚秀. 一种新的波束形成零陷展宽算法. *电子与信息学报*, 2014; **36**(12): 2882—2888
- 13 Cox H, Zeskind R M, Owen M M. Robust adaptive beamforming. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing*, 1987; **35**(10): 1365—1376
- 14 Tian Zhi, Bell K L, Van Trees H L. A recursive least squares implementation for lcmp beamforming under quadratic constraint. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2001; **49**(6): 1138—1145
- 15 Carlson B D. Covariance matrix estimation errors and diagonal loading in adaptive arrays. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 1988; **24**(4): 397—401
- 16 鄢社锋, 马远良, 孙超. 任意几何形状和阵元指向性的传感器阵列优化波束形成方法. *声学学报*, 2005; **30**(3): 264—269
- 17 鄢社锋, 马晓川. 宽带波束形成器的设计与实现. *声学学报*, 2008; **33**(4): 316—326
- 18 鄢社锋, 马远良, 倪晋平等. 一种海洋宽带噪声场数值模拟方法. *声学技术*, 2003; **22**(1): 30—32+64
- 19 唐应吾. 海洋噪声场的时空相关函数. *声学学报*, 1986; **11**(1): 20—29
- 20 张仁和, 朱柏贤, 吴国清等. 海面噪声的空间相关与垂直方向性理论. *声学学报*, 1992; **17**(4): 270—277
- 21 Van Trees H L. Optimum array processing: Part Iv of detection, estimation, and modulation theory. New York: Wiley, 2002: 66—70
- 22 Cox H. Resolving power and sensitivity to mismatch of optimum array processors. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 1973; **54**(3): 771—785
- 23 夏永伟, 杨益新, 孙超. 任意结构基阵波束优化的权向量范数约束上限的选取准则. *鱼雷技术*, 2007; **15**(2): 31—33