

双层加筋结构有源隔声物理机制研究^{*}

马玺越 陈克安 丁少虎 张冰瑞

(西北工业大学航海学院 西安 710072)

2013 年 12 月 18 日收到

2014 年 2 月 23 日定稿

摘要 深入分析双层加筋结构有源隔声的物理机制有助于控制系统的优化设计。用模态叠加法和声振耦合理论对双层加筋有源隔声结构建模。在辐射加筋板声功率最小的控制条件下,从模态耦合的角度对有源隔声的物理本质进行了详细阐述。分析结果表明,由于双层加筋板中筋的耦合作用影响,系统的声能量传输规律及有源隔声机理与现有的模态分析结论相比均发生改变。结合筋的耦合影响,对空腔声场的模态抑制与重构机理进行修正和补充,清晰解释了双层加筋结构有源隔声的物理本质。

PACS 数: 43.50, 43.40

Physical mechanisms of active control of sound transmission through rib stiffened double-panel structure

MA Xiyue CHEN Ke'an DING Shaohu ZHANG Bingrui

(School of Marine Science and Technology, Northwestern Polytechnical University Xi'an 710072)

Received Dec. 18, 2013

Revised Feb. 23, 2014

Abstract Deeply analyzing the physical mechanisms of active sound insulation of the rib stiffened double-panel structure can offer helps for optimally designing the system. The theoretical model of such system is established using the combined modal expansion and vibro-acoustic coupling method. Under the condition of minimizing radiated power of the radiating ribbed plate, the physical nature of active sound insulation is interpreted in detail from the point of view of modal couplings. Results obtained demonstrate that the rule of the sound energy transmission and the physical mechanisms for the ribbed plate system are all changed, and affected by the coupling effects of the rib, when compared with the analytical results obtained for the unribbed plate system. Taking into account the coupling effects of the rib, the cavity modal suppression and rearrangement mechanisms obtained in existed investigations are modified and supplemented for ribbed plate case, which gives a clear interpretation for the physical nature involved in the active rib stiffened double-panel structure.

引言

由梁加固的薄板(又称加筋板)是工程领域中的一种典型结构单元,如飞机壳体、舰船壳体及汽车壁板等。这些航空或航海交通工具由于频繁受到外界各种激励负载^[1],使壳体的加筋结构产生较强的振动而

向舱内辐射过量的噪声。双层加筋结构与单层结构相比具有优越的隔声性能^[2],因而被广泛应用于航空及船舶领域的结构设计中。

双层加筋结构在中高频具有良好的隔声性能^[3-4],在低频段特别是共振频率以下(mass air mass resonance)由于板-腔耦合共振的影响其隔声性能急剧下降。过多的添加吸声与隔声材料不但收

^{*} 高等学校博士学科点专项科研基金(20096102110007)、航空科学基金(2011ZA53004)和西北工业大学博士论文创新基金(CX201004)资助

效甚微^[5],且会大幅增加结构重量。类似传统的双层有源隔声结构^[6-7],需引入有源控制技术提高加筋结构的低频隔声性能。文献 8 研究表明,有源声控制策略(施加点声源控制空腔声场)与力控制策略(施加点力源控制辐射板振动)相比,能获得更好的隔声性能。且它对控制线谱频率漂移的非平稳噪声及宽带噪声更有效^[9],因而更适合飞机或船舶在各种未知激励负载诱因下的噪声控制。文献 8 已经对双层加筋结构建模、加筋对双层结构低频隔声及有源隔声性能的影响作了研究,但对有源隔声物理机制的研究却未触及。因此本文对其展开研究,获得的结果能对有源控制系统优化、误差传感策略构建等关键问题提供指导。

就双层有源隔声结构的物理机理,已有研究从模态的角度作了深入分析并得出两种隔声机制^[9-12],即空腔声模态的抑制导致辐射板振动抑制和空腔声模态重构导致辐射板模态重构而使其变为弱辐射体。然而对于双层加筋结构,虽然声能量的传输归根结底仍通过双层基板与空腔的模态耦合进行,但各基板由于筋的耦合影响,它们的振动模态与空腔声模态的耦合及相应的能量传输规律发生改变。继而有源隔声机理势必发生变化,上述两种控制机制亦无法解释控制过程中所含的物理本质。鉴于此,本文在着重分析了筋耦合作用下双层基板与空腔模态

的耦合及能量传输规律的基础上,对上述两种机制做了修正和补充,清晰解释了双层加筋结构有源隔声的物理本质。

1 双层加筋结构有源隔声建模

1.1 系统的振动响应

如图 1(a) 所示为双层加筋结构模型,为深入分析隔声机理,系统中上下两层结构为单根筋加强的固支板,其余四壁均为刚性壁。将单个次级点声源引入中间空腔来提高系统的低频隔声性能。加筋板由固支基板与单根固支筋构成,筋与板之间近似为不可滑动的线连接。这个近似只有在筋的宽度不大于板厚的条件下成立,但在没有扭转激励的情况下上述限制条件的影响并不大^[13-14],因而模型对不符合上述条件的加筋结构也近似适用。连接部分存在相互作用的线力 F 与线力矩 M_{mom} ,模型示意如图 1(b)。加筋板 a 中的筋条平行于固支基板的宽边布置且位于 $x = x_a$ 处,加筋板 b 中筋条的布置方式类似且位于 $x = x_b$ 处。与文献 8 类似,本文仍采用模态叠加与声振耦合理论对系统建模。

在斜入射平面波作用下,固支基板 a 与 b 受到筋耦合合力与力矩及腔内声场声压的作用,法向振动位移 w_a 与 w_b 满足如下方程^[1]:

$$D_a \nabla^4 w_a + \rho_a h_a \frac{\partial^2 w_a}{\partial t^2} = f_p(\mathbf{r}, t) + F_a \delta(x - x_a) + M_{mom,a} \delta'(x - x_a) - p(\mathbf{r}, t), \quad (1)$$

$$D_b \nabla^4 w_b + \rho_b h_b \frac{\partial^2 w_b}{\partial t^2} = F_b \delta(x - x_b) + M_{mom,b} \delta'(x - x_b) + p(\mathbf{r}, t), \quad (2)$$

式中 ∇^4 为拉普拉斯算子, D_a 与 D_b 为固支基板的弯曲刚度, $D_a = E_a h_a^3 / 12(1 - \sigma_a^2)$, E_a , h_a 与 σ_a 分别为杨氏模量、厚度与泊松比。 ρ_a 与 ρ_b 为两板的密度, h_a 与 h_b 为两板的厚度。 $f_p(\mathbf{r}, t)$ 为初级激励,

$\mathbf{r} = (x, y)$ 为初级激励的作用位置,入射角度为 (θ, α) 且幅值为 P_0 的斜入射平面波的表达式为 $f(\mathbf{r}, t) = P_0 e^{-j(\omega t - kx \sin \theta \cos \alpha - ky \sin \theta \sin \alpha)}$ 。 $p(\mathbf{r}, t)$ 为腔内声场声压, $\mathbf{r} = (x, y, z)$ 为空腔内任意点位置。

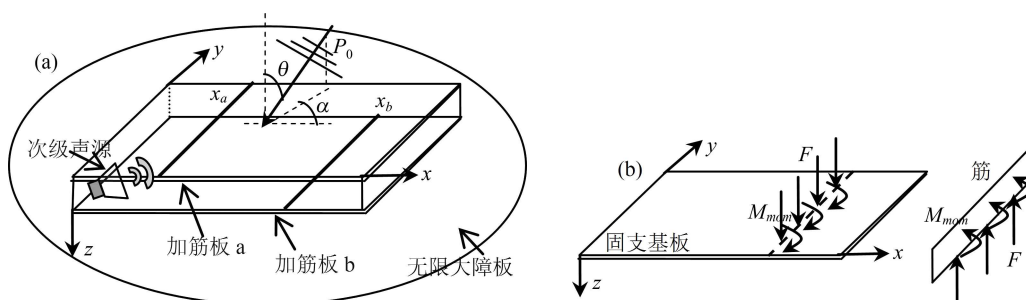


图 1 系统模型 ((a) 双层加筋有源隔声结构; (b) 固支基板与筋的耦合作用)

固支基板 a 与 b 中的筋即可布置于板的外侧, 也可置于朝向空腔的内侧。当布置于内侧时, 筋除受到板的耦合力与力矩作用之外, 还受到空腔声场声压的作用, 但量级与耦合力、力矩作用相比很小, 可以忽略。模型中筋设定为截面为矩形的均匀梁单元, 假设弯曲与扭转振动之间无耦合, 在线力与线力矩作用下弯曲与扭转振动位移 (U, θ) 满足如下方程^[1]:

$$EI \frac{\partial^4 U}{\partial y^4} + \rho A \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = -F, \quad (3)$$

$$EI_w \frac{\partial^4 \theta}{\partial y^4} - GJ \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} + \rho I_0 \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} = -M_{mom}, \quad (4)$$

式 (3) 中, $E(E_a$ 或 $E_b)$ 为梁的杨氏模量, $I(I_a$ 或 $I_b)$ 为截面惯性矩, $\rho(\rho_a$ 或 $\rho_b)$ 与 $A(A_a$ 或 $A_b)$ 分别为梁的密度和截面积, EI 为梁的弯曲刚度。式 (4) 中 $I_w(I_{a,w}$ 或 $I_{b,w})$ 为与扭转有关的翘曲惯性矩, EI_w 为翘曲刚度。 $G(G_a$ 或 $G_b)$ 为剪切模量, 与杨氏模量的关系为 $G = E/2(1 + \sigma)$, $J(J_a$ 或 $J_b)$ 为圣维南扭 (Saint-Venant) 转常数, GJ 为扭转刚度, $I_0(I_{a,0}$ 或 $I_{b,0})$ 为极惯性距。 $F(F_a$ 或 $F_b)$ 与 $M_{mom}(M_{mom,a}$ 或 $M_{mom,b})$ 为相互作用力与力矩。翘曲刚度的量级与扭转刚度相比很小, 为计算方便可将其忽略而省略方程式 (4) 中的高阶导数项 $\partial^4 \theta / \partial y^4$ 。

单次级声源作用下, 空腔内声压 $p(\mathbf{r}, t)$ 满足封闭空间的波动方程:

$$\nabla^2 p(\mathbf{r}, t) - \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 p(\mathbf{r}, t)}{\partial t^2} = -\rho_0 \frac{\partial Q_s}{\partial t}, \quad (5)$$

同时沿固支基板 a 与 b 的外侧法向梯度满足边界条件 $\partial p(\mathbf{r}, t) / \partial n = \rho_0 (\partial^2 w_a / \partial t^2)$ 和 $-\rho_0 (\partial^2 w_b / \partial t^2)$, 在其余刚性壁面 $\partial p(\mathbf{r}, t) / \partial n = 0$ 。如果作为筋的固支梁单元布置于朝向空腔的固支基板内侧, 在筋与板的连接线位置基板与空腔未直接接触, 此时上述边界条件不再适用。但为了分析方便仍认为此作用线处的上述边界条件成立, 由于仅对这条作用线近似

处理, 误差较小可以忽略。式中 Q_s 为腔中次级控制点源强度, $Q_s = Q_{s,a} \delta(r - r_s) e^{j\omega t}$, $Q_{s,a}$ 为点源强度幅值, r_s 为布置位置。 ρ_0 与 c_0 分别为空气介质的密度与声速。

由模态叠加原理, 固支基板的弯曲位移 (w_a 与 w_b)、矩形截面梁的弯曲与扭转位移 (U, θ) 及空腔声场声压 $p(\mathbf{r}, t)$ 均可表示为模态展开的形式:

$$w = \sum_m^M \sum_n^N q_{mn}(t) s_{mn}(x, y), \quad (6)$$

$$U = \sum_{n=1}^N u_n(t) \varphi_n(y), \quad (7)$$

$$\theta = \sum_{n=1}^N \theta_n(t) \varphi_n(y), \quad (8)$$

$$p = \sum_{l=1}^L P_l(t) \psi_l(x, y, z), \quad (9)$$

式 (6) 中, $s_{mn}(x, y) = \phi_m(x) \varphi_n(y)$ 为固支基板的模态振型函数, $\phi_m(x)$ 与 $\varphi_n(y)$ 分别为沿 x 与 y 方向一维固支梁的振型函数, 具体表达式见文献 15。 $\psi_l(x, y, z)$ 为空腔声模态函数,

$$\psi_l(x, y, z) = \cos(l_1 \pi x / l_x) \cos(l_2 \pi y / l_y) \cos(l_3 \pi z / h),$$

其中 l_x 与 l_y 分别为固支基板的长和宽, h 为空腔的厚度, $l = (l_1, l_2, l_3)$ 为声模态序数。 $q_{mn}(t)$, $u_n(t)$, $\theta_n(t)$ 与 $P_l(t)$ 为各部分系统模态所对应的模态幅值。

对于固支加筋板 a, 联立固支基板振动方程 (1) 与梁的振动和扭转方程 (3)、(4), 将式 (6)、式 (7) 与式 (8) 分别代入上述三式进行模态展开。利用固支基板模态函数的正交性、固支基板与梁在线连接位置满足的连续条件 (即位移与转角连续^[14], $U_a(y) = w_a(x_a, y)$ 与 $\theta_a(y) = \partial w_a / \partial x(x_a, y)$), 经一系列数学推导可得频域内固支基板 a 模态幅值满足的方程为:

$$(k_{a,mn} - \omega^2 \mu_{a,mn}) q_{a,mn} + \sum_{p=1}^M [\phi_m(x_a) (k_{a,Bn} - \omega^2 \mu_{a,Bn}) \phi_p(x_a) - \phi'_m(x_a) (k_{a,Tn} - \omega^2 \mu_{a,Tn}) \phi'_p(x_a)] q_{a,pn} = Q_{p,mn} - \sum_{l=1}^L P_l(\omega) L_{a,mnl}, \quad (10)$$

式中各变量 $k_{a,mn}$, $\mu_{a,mn}$, $k_{a,Bn}$, $\mu_{a,Bn}$, $k_{a,Tn}$ 与 $\mu_{a,Tn}$ 的具体表达式见附录, $\phi'_m(x_a)$ 表示 $\phi_m(x)$ 的一阶导数在 x_a 点的值, $\phi'_p(x_a)$ 的含义类似。 $Q_{p,mn}$ 为广

义初级模态力, $Q_{p,mn} = \int_S f_p(\mathbf{r}, \omega) \phi_m(x) \varphi_n(y) ds$ 。 $L_{a,mnl}$ 为固支基板 a 与空腔的模态耦合系数, $L_{a,mnl} = \int_S \phi_m(x) \varphi_n(y) \psi_l(x, y, 0) ds$ 。

同理, 对于固支基板 b, 联立基板的振动方程 (2) 及梁的弯曲与扭转位移方程 (3)、(4), 利用模式函数的正交性、固支基板与梁在连接线处满足的位移

及转角连续条件 ($U_b(y) = w_b(x_b, y)$ 与 $\theta_b(y) = \partial w_b / \partial x(x_b, y)$), 经一系列数学推导可得频域内固支基板 b 的模态幅值满足的方程:

$$(k_{b,mn} - \omega^2 \mu_{b,mn}) q_{b,mn} + \sum_{p=1}^M [\phi_m(x_b)(k_{b,Bn} - \omega^2 \mu_{b,Bn}) \phi_p(x_b) - \phi'_m(x_b)(k_{b,Tn} - \omega^2 \mu_{b,Tn}) \phi'_p(x_b)] q_{b,pn} = \sum_{l=1}^L P_l(\omega) L_{b,mnl}, \quad (11)$$

式中各变量 $k_{b,mn}$, $\mu_{b,mn}$, $k_{b,Bn}$, $\mu_{b,Bn}$, $k_{b,Tn}$ 与 $\mu_{b,Tn}$ 的具体表达式见附录。 $L_{b,mnl}$ 为空腔声模态与固支基板 b 振动模态的耦合系数,

$$L_{b,mnl} = \int_S \phi_m(x) \varphi_n(y) \psi_l(x, y, h) ds.$$

对于腔内声场, 根据声场波动方程, 结合格林第二公式及声模态函数的正交性可得腔内声模态幅值满足的方程:

$$\begin{aligned} M_{c,l}(\omega_l^2 - \omega^2 + 2j\xi_l \omega_l \omega) P_l(\omega) = \\ j\omega \rho_0 c_0^2 \psi_l(r_s) Q_{s,a}(\omega) - \\ \rho_0 c_0^2 \omega^2 \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N q_{a,mn} L_{a,mnl} + \\ \rho_0 c_0^2 \omega^2 \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N q_{b,mn} L_{b,mnl}, \end{aligned} \quad (12)$$

式中, ω_l 为第 l 阶声模态的固有频率, ξ_l 为模态阻尼。 $M_{c,l}$ 称为广义声模态质量,

$$M_{c,l} = \int_V \psi_l(x, y, z)^2 dV,$$

$Q_{s,a}(\omega)$ 为次级控制点源强度幅值。

假设在所考虑的低频段内, 固支基板 a 与 b 模态个数的上限取 $M \times N$, 固支梁沿 y 轴的模态个数上限也为 N , 空腔声模态个数上限取 L 时即保证计算获得的系统响应较精确。根据式 (10)、式 (11) 与式 (12) 可得 $M \times N$ 阶固支基板 a 与 b 的模态幅值列

矢量 $\mathbf{q}_a$ 与 $\mathbf{q}_b$ 、 L 阶空腔声模态幅值列矢量 $\mathbf{P}$ 所满足的矩阵方程:

$$(\mathbf{K}_a - \omega^2 \mathbf{M}_a) \mathbf{q}_a = \mathbf{Q}_p - (\mathbf{L}_a)^T \mathbf{P}, \quad (13)$$

$$(\mathbf{K}_b - \omega^2 \mathbf{M}_b) \mathbf{q}_b = (\mathbf{L}_b)^T \mathbf{P}, \quad (14)$$

$$\mathbf{H} \mathbf{P} = \mathbf{Y} Q_{s,a} - \mathbf{L}'_a \mathbf{q}_a + \mathbf{L}'_b \mathbf{q}_b, \quad (15)$$

式 (13) — 式 (15) 中 $\mathbf{K}_a$ 与 $\mathbf{K}_b$ 称为固支基板 a 与 b 的 $(M \times N) \times (M \times N)$ 阶刚度矩阵, $\mathbf{M}_a$ 与 $\mathbf{M}_b$ 称为两板的 $(M \times N) \times (M \times N)$ 阶质量矩阵, 其 (mn, pq) 元素的表达式见附录。 $\mathbf{Q}_p$ 为初级广义模态力幅值列矢量, $\mathbf{Q}_p = (Q_{p,11}, Q_{p,12}, \dots, Q_{p,mn}, \dots, Q_{p,MN})^T$, $\mathbf{L}_a$ 与 $\mathbf{L}_b$ 分别为固支板基板 a 与 b 和空腔的 $L \times (M \times N)$ 阶模态耦合系数。 $\mathbf{H}$ 与 $\mathbf{Y}$ 称为系数矩阵且其表达式见附录, $\mathbf{L}'_a$ 与 $\mathbf{L}'_b$ 可表示为 $\mathbf{L}'_a = \rho_0 c_0^2 \omega^2 \mathbf{L}_a$, $\mathbf{L}'_b = \rho_0 c_0^2 \omega^2 \mathbf{L}_b$ 。

耦合方程组 (13) — (15) 即可表征双层加筋板与空腔的耦合振动响应, 求解上述方程组获得两固支基板及空腔的模态幅值列矢量就可获得整个系统的振动响应。方程式 (13) 与 (14) 中已将表征筋耦合作用的参量合并到刚度矩阵 $\mathbf{K}_a$, $\mathbf{K}_b$ 及质量矩阵 $\mathbf{M}_a$, $\mathbf{M}_b$ 内, 因而求解获得的两固支基板的振动响应即为包含筋和空腔耦合作用的整个加筋板的振动响应。推导获得空腔声模态幅值 $\mathbf{P}$ 为:

$$\mathbf{P} = \mathbf{Z}_s Q_{s,a} - \mathbf{Z}_p \mathbf{Q}_p, \quad (16)$$

式中 $\mathbf{Z}_p$ 与 $\mathbf{Z}_s$ 为初级激励、次级控制点源与腔内声模态幅值之间的阻抗矩阵, 具体可表示为:

$$\mathbf{Z}_p = [\mathbf{H} - \mathbf{L}'_a (\mathbf{K}_a - \omega^2 \mathbf{M}_a)^{-1} (\mathbf{L}_a)^T - \mathbf{L}'_b (\mathbf{K}_b - \omega^2 \mathbf{M}_b)^{-1} (\mathbf{L}_b)^T]^{-1} \mathbf{L}'_a (\mathbf{K}_a - \omega^2 \mathbf{M}_a)^{-1}, \quad (17)$$

$$\mathbf{Z}_s = [\mathbf{H} - \mathbf{L}'_a (\mathbf{K}_a - \omega^2 \mathbf{M}_a)^{-1} (\mathbf{L}_a)^T - \mathbf{L}'_b (\mathbf{K}_b - \omega^2 \mathbf{M}_b)^{-1} (\mathbf{L}_b)^T]^{-1} \mathbf{Y}, \quad (18)$$

获得腔内声模态幅值 $\mathbf{P}$ 后, 将其代入式 (13) 与式 (14) 即可获得固支基板的模态幅值。值得注意, 式 (16) 中还含有未知的次级声源强度幅值 $Q_{s,a}$, $Q_{s,a}$ 的求解依赖于有源控制目标函数的选取, 计算获得使目标函数最小的最优次级声源强度 $Q_{s,a}$, 即可获得整个系统的振动响应。

1.2 加筋板的固有频率及模态振型

以加筋板 a 为例, 去掉方程式 (13) 中等式右边的外激励项, 即可获得固支基板 a 与筋耦合振动的广义特征方程:

$$(\mathbf{K}_a - \omega^2 \mathbf{M}_a) \mathbf{q}_a = 0, \quad (19)$$

特征方程中刚度矩阵与质量矩阵均为稀疏矩阵, 特征值与特征矢量的求解可借助 Arnoldi 迭代算法等数学方法。筋的耦合作用项已经合并到刚度矩阵 $\mathbf{K}_a$ 与质量矩阵 $\mathbf{M}_a$ 内, 计算获得特征方程 (19) 的第 t 阶特征值 ω_t^2 及相应的特征向量 $\mathbf{X}_t$, 则加筋板 a 第 t 阶模态的固有频率 f_t 及模态振型 $S_t(x, y)$ 可表示为^[1]:

$$f_t = \frac{\sqrt{\omega_t^2}}{2\pi}, \quad (20)$$

$$S_t(x, y) = \mathbf{s}(x, y)^T \mathbf{X}_t, \quad (21)$$

其中 $\mathbf{s}(x, y) = [\phi_1 \varphi_1, \phi_1 \varphi_2, \dots, \phi_m \varphi_n, \dots, \phi_M \varphi_N]^T$, 为各基板的模态函数在 (x, y) 点的值组成的列矢量。式 (21) 表明加筋板的固有模态振型可由基板的模态振型线性叠加而构成。

1.3 最优次级点声源强度

有源控制的目标函数选取加筋板 b 的辐射声功率, 它为理论上的最优控制目标。利用离散元方法, 将固支基板 b 均匀划分为 N_e 个面元, 则加筋板 b 的辐射声功率为^[16]:

$$\mathbf{W} = \mathbf{V}^H \mathbf{R} \mathbf{V}, \quad (22)$$

式中, $\mathbf{V}$ 为各面元振速组成的 N_e 阶列矢量, $\mathbf{R} = \Delta S \operatorname{Re}(\mathbf{Z})/2$, $\mathbf{Z}$ 为 $N_e \times N_e$ 阶传输阻抗矩阵。由 1.1 节求得的固支基板 b 的模态幅值矢量 $\mathbf{q}_b$, 进而获得表面振速矢量 $\mathbf{V}$ 并代入式 (22), 可得声功率的如下形式:

$$\mathbf{W} = (\mathbf{a} + \mathbf{b} Q_{s,a})^H \mathbf{R} (\mathbf{a} + \mathbf{b} Q_{s,a}), \quad (23)$$

其中矩阵 $\mathbf{a}$ 与 $\mathbf{b}$ 的表达式为:

$$\mathbf{a} = -j\omega \Phi (\mathbf{K}_b - \omega^2 \mathbf{M}_b)^{-1} (\mathbf{L}_b)^T \mathbf{Z}_p \mathbf{Q}_p, \quad (24)$$

$$\mathbf{b} = j\omega \Phi (\mathbf{K}_b - \omega^2 \mathbf{M}_b)^{-1} (\mathbf{L}_b)^T \mathbf{Z}_s, \quad (25)$$

式 (24) — 式 (25) 中, Φ 为固支基板 b 的模态函数在各面元点的值组成的 $N_e \times (M \times N)$ 阶矩阵。式 (23)

中声功率为次级点源强度的二次型函数, 由线性最优二次理论可得当 $Q_{s,a} = -(\mathbf{b}^H \mathbf{R} \mathbf{b})^{-1} \mathbf{b}^H \mathbf{R} \mathbf{a}$ 时, 加筋板 b 的辐射声功率达到最小, 系统获得最大的隔声性能。

2 有源隔声机理

2.1 参数赋值及模型验证

基板 a 与 b 的长和宽为 $l_x = 0.6$ m 与 $l_y = 0.42$ m, 厚度分别为 $h_a = 0.003$ m 与 $h_b = 0.004$ m, 加筋板 a 与 b 中筋的布放位置分别为 $x_a = 0.15$ m 与 $x_b = 0.45$ m。两基板及筋均为铝材, 铝的密度、杨氏模量及泊松比分别为 $\rho = 2790$ kg/m³, $E = 7.2 \times 10^{10}$ N/m² 与 $\sigma = 0.34$ 。加筋板 a 与 b 中矩形均匀梁的截面尺寸均为 0.003×0.02 m²。假设基板与筋具有恒定的内损耗因子 $\eta = 0.01$, 由损耗因子构成复杨氏模量 $E(1 + i\eta)$, 使仿真结果考虑阻尼而更接近实际情况^[15]。空腔的厚度 $h = 0.2$ m, 空气介质的密度与声速分别为 $\rho_0 = 1.21$ kg/m³, $c_0 = 344$ m/s, 空腔声模态阻尼比均取 0.001。斜入射平面波的波阵面法线与 z 轴的夹角为 $\pi/4$, 法线投影与 x 轴的夹角为 $\pi/4$, 入射波幅值为 1 Pa。次级点声源位于空腔 $(0.1l_x, 0.1l_y, 0.1h)$ 处, 以便激起低频段内的大多数声模态。固支基板的模态个数上限为 $M = N = 10$, 筋的模态数目上限为 $N = 10$, 空腔声模态个数上限取 $L = 40$, 即能保证分析上限频率 500 Hz 内的计算精度。

求解式 (19) 的广义特征值及特征矢量, 由式 (20) 与式 (21) 计算获得加筋板 a 与 b 前六阶模态的固有频率如表 1 所示, 加筋板 b 的模态振型如图 2 所示。由于加筋板 a 与 b 中筋的位置对称, 因而加筋板 a 的模态振型类似, 只需将加筋板 b 的振型左右倒置即可。

表 1 加筋板 a 与 b 前六阶模态的固有频率

共振频率 (Hz)	模态序号					
	1	2	3	4	5	6
加筋板 a	132.1	245.5	296.1	406.8	407.2	483.4
加筋板 b	173.7	308.3	395.2	465.1	540.4	624.4

为验证双层加筋板与空腔耦合理论模型的准确性, 在入射加筋板 a(0.5, 0.32) 的位置处施加幅值为 10 N 的简谐点力, 通过求解耦合方程组 (13) — (15) 获得辐射加筋板 b(0.285, 0.2625) 位置处的位移, 此时式 (15) 中 $Q_{s,a} = 0$ 。同时用有限元软件 ANSYS 对双层加筋板与空腔的耦合系统建模, 基板与筋采用 shell63 单元模拟, 它们之间为几何线连接从而使有

限元模型更接近理论模型,腔内空气介质用 ANSYS Fluid 中的 acoustic30 单元模拟。在结构与空腔的连接面建立耦合并添加外载荷(幅值为 10 N 的简谐点力),通过谐响应分析获得加筋板 b 同样位置的位移。理论结果与 ANSYS 结果对比如图 3 所示,位移以 $w_b = 1 \times 10^{-6}$ m 为参考转化为分贝(dB)值。两方法获得的位移曲线基本吻合,说明理论模型较准确。理论结果与 ANSYS 结果在某些共振峰处频率存在偏差,主要是由于理论模型预测加筋板共振频率与 ANSYS 的预测值存在偏差所致。在极低频段,两者的位移结果偏差较大,可能的原因在于,对于理论模型,辐射侧平板在满足固支边界的条件下,在极低频段整个板的振速趋于均匀且趋于 0,因而位移随频率的降低也很快趋于 0。其次,由于同样的原因,对于入射板初级激励点的输入阻抗,理论模型的值可能大于有限元模型,因而在初级激励幅度一致的情况下理论模型中的输入能量则偏低,相应导致辐射侧平板的位移也偏低。

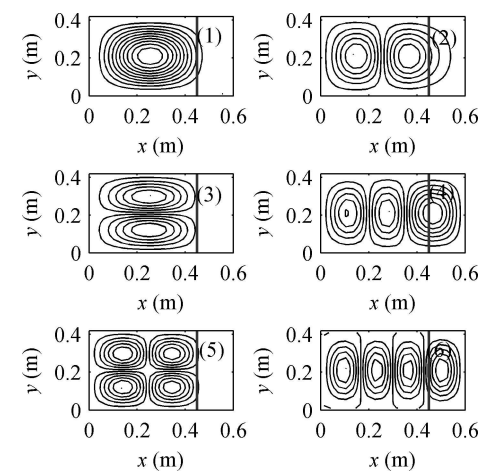


图 2 加筋板 b 前六阶模态的振型

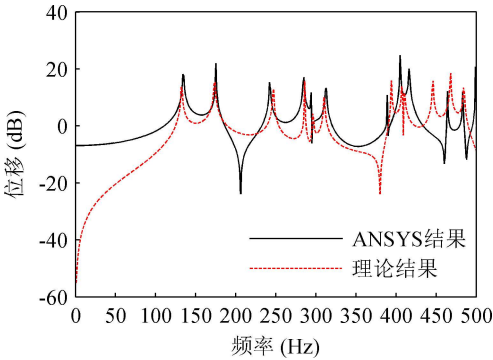


图 3 位移曲线理论与 ANSYS 值的比较

2.2 加筋板的模态振型

由式 (21) 可知,加筋板的任意阶共振模态,是由于筋的耦合作用在此频点同时激起多阶基板的模态叠加而构成,现以加筋板 b 的共振模态为例具体

说明。当初级激励 $f = 174$ Hz 时,加筋板 b 的第 1 阶模态产生共振,其振型如图 2 中 (1) 所示。求解系统响应获得固支基板 b 的位移模态幅值 q_b ,其前 14 阶模态的幅度与相位如图 4 所示。为分析方便此处将基板 b 的前 10 阶模态的模态序列出如表 2 所示。

由于筋的耦合作用,此频点同时激起了固支基板 b 的 (1,1) 与 (2,1) 模态,它们的初相相同且 (2,1) 模态的幅值为 (1,1) 模态的 1/3 倍。两模态振动叠加恰好产生新的共振模态,即加筋板 b 的第 1 阶共振模态,示意如图 5 所示。图中只画出 $y = 0.21$ 时各模态位移沿 x 方向的侧面图,两模态幅值不是计算获得的真值而只满足之间的比例关系,因而只对加筋板共振模态的形成给出了原理性解释。加筋板其余共振模态的构成类似,它们均由有限几个具有特定初相且模态幅值满足一定比例关系的固支基板模

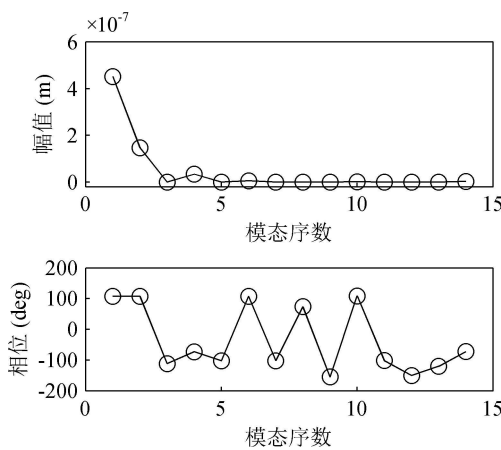


图 4 基板 b 前 14 阶模态的位移幅值与相角

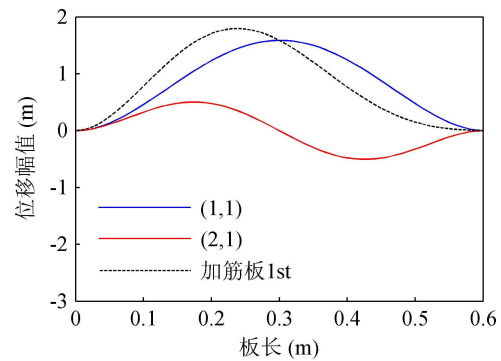


图 5 加筋板 b 第 1 阶共振模态的构成

表 2 固支基板 b 的前 10 阶模态

序号	模态	序号	模态
1	(1,1)	6	(4,1)
2	(2,1)	7	(1,3)
3	(1,2)	8	(3,2)
4	(3,1)	9	(2,3)
5	(2,2)	10	(5,1)

态构成。其中某阶模态幅值较大而占主导，其余模态幅值较小。表 3 列出加筋板前 6 阶模态所对应的固支基板的模态构成，且对加筋板 a 与 b 均相同，只是由于筋的位置不同导致这些模态组中各模态的幅值比例与初相不同。

表 3 加筋板前 6 阶模态的固支基板模态构成

加筋板模态	固支基板模态构成
1	[1,1]+(2,1)+(3,1)
2	[2,1]+(3,1)
3	[1,2]+(2,2)
4	[3,1]+(2,1)+(4,1)
5	[2,2]+(1,2)
6	[4,1]+(3,1)+(1,1)

注：“[]”表示主导模态，在模态构成中起主要作用；
“()”表示次要模态。

2.3 有源隔声及机理分析

控制前后加筋板 b 的声功率曲线如图 6 所示，控制后加筋板 b 的辐射功率大幅降低，且在所考虑的低频 0~500 Hz 范围内均有降噪效果。特别在辐射功率曲线的前两个共振峰处能获得近 40 dB 的降噪量。这两个共振峰分别为加筋板 a 与 b 的第 1 阶模态的共振峰，振型简单而易于控制。在其余加筋板的共振峰处有平均 20 dB 的降噪量，且在绝大多数非共振频点也有控制效果。因而采用声控制策略对提高双层加筋结构的低频隔声性能非常有效，这与声控制策略下有源隔声的物理本质密切相关。

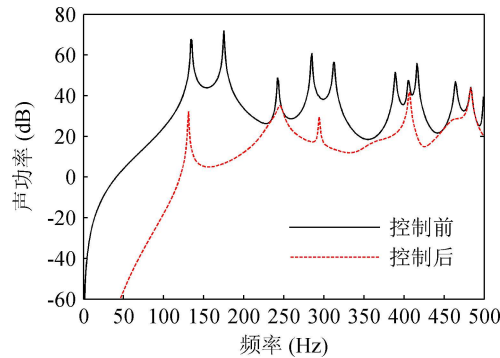
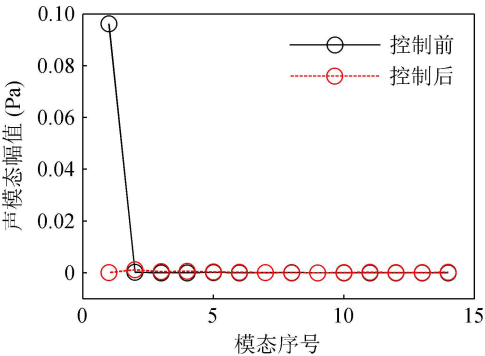


图 6 控制前后加筋板 b 的辐射声功率

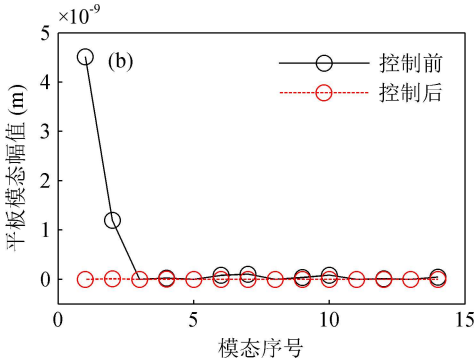
已有研究表明，空腔控制策略下的双层有源隔声结构存在两种控制机制。其一为腔内声场抑制^[9-12,17]，它抑制辐射板的振动而提高隔声量，又称“模态抑制”机理。其二为腔内声场重构^[9-12,17]，它调整辐射板的振动使其变为弱的辐射体，又称“模态重构”机理。对于双层加筋结构，虽然声能量的传输实质也是由两个固支基板与空腔的模态耦合而进行，

但由于筋耦合作用的影响，模态耦合与能量传输规律与未加筋双层结构相比已大不相同，且表现出特有的规律，相应源隔声的物理机理亦大不相同，以下从不同频点进行分析。

(1) 初级激励为空腔模态的共振频率。设初级激励频率 $f=20\text{ Hz}$ ，此时空腔 (0,0,0) 声模态被激起并产生共振。有源控制前后空腔前 14 阶声模态幅值及固支基板 b 前 14 阶模态幅值的变化如图 7 所示。为分析方便将空腔前 6 阶声模态的模态序数与固有频率列出如表 4 所示。控制前，由于激励频率接近空腔 (0,0,0) 声模态的固有频率而使其产生共振，其余声模态均未被激起。



(a) 空腔前 14 阶声模态幅值



(b) 固支基板 b 前 14 阶位移模态幅值

图 7 控制前后的模态幅值 ($f=20\text{ Hz}$)

表 4 空腔前 6 阶声模态的模态序数与固有频率

序号	模态	固有频率
1	(0,0,0)	0
2	(1,0,0)	286.7
3	(0,1,0)	409.5
4	(1,1,0)	499.9
5	(2,0,0)	573.3
6	(2,1,0)	704.6

由加筋板 b 的位移分布 (限于篇幅未给出) 可知，此时第 1 阶模态被激起，相应固支基板的 (1,1) 与 (2,1) 模态被激起。由空腔声模态与结构振动模态

的耦合理论, 只有对应的模式序数奇偶性相反的模式之间存在耦合且有能量的传输^[18]。因而固支基板 b 的 (1,1) 模式的能量通过与 (0,0,0) 声模式的耦合而从此模式获得。低频段内 (2,1) 模式的能量需通过与空腔第 2 阶 (1,0,0) 声模式的耦合而传输获得。但 (1,0,0) 声模式并未激起, 因而固支基板 (2,1) 模式的能量也应来自空腔 (0,0,0) 声模式。这两模式并不耦合, 因而导致它们之间有能量传递的深层次原因必定和筋的耦合作用相关。

由固支基板 b 与梁在连接线上满足的位移及转角连续条件 $U_b(y) = w_b(x_b, y)$ 与 $\theta_b(y) = \partial w_b / \partial x(x_b, y)$, 可得梁的位移与转角模式幅值与基板模式幅值之间满足的关系:

$$\begin{aligned} u_{b,n} &= \sum_{m=1}^M q_{b,mn} \phi_m(x_b), \\ \theta_{b,n} &= \sum_{m=1}^M q_{b,mn} \phi'_m(x_b), \end{aligned} \quad (26)$$

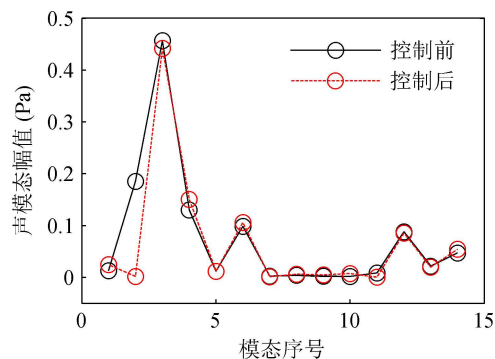
式 (26) 表明, 梁的第 n 阶位移和转角模式幅值为基板中沿 y 轴模式序数为 n 的所有模式幅值的线性叠加, 即梁的这阶模式的能量是通过与这些固支基板模式耦合传输而来。由于筋的互耦合作用, 梁的这阶模式也可将能量反传输到基板的这些模式中。由上述耦合作用不难理解, 固支基板 (2,1) 模式的能量应来自于 (1,1) 模式, 即通过筋的耦合作用, (1,1) 模式的能量传输到梁 $n=1$ 的模式上, 然后梁 $n=1$ 的模式与 (2,1) 模式耦合而将能量传输到此模式。总的来说, (1,1) 与 (2,1) 模式的能量均来自于空腔 (0,0,0) 声模式, (1,1) 模式的能量由传输直接获得, (2,1) 模式的能量通过筋的耦合作用间接获得, 因而幅值相对较小。这也揭示出了加筋板共振模式的形成本质, 即由于筋的耦合作用, 固支基板沿 y 轴模式序数为 n 的模式之间产生耦合且有能量的相互传输, 最终这些模式以一定的幅值比例构成加筋板的模式。因而构成加筋板共振模式的这些基板模式沿 y 轴的序数 n 相同, 如表 3 所示。

控制后, 由于空腔 (0,0,0) 声模式被抑制, 相应固支基板的 (1,1) 与 (2,1) 模式也得到抑制 (图 7(b) 所示), 加筋板 b 的辐射声功率则大幅降低。这就是空腔声场的模式抑制机理, 此时固支基板中这两阶模式的能量均来自同一个声模式, 抑制此声模式即可同时控制两个结构模式。

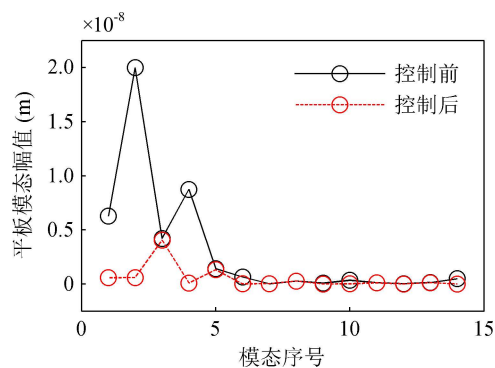
(2) 初级激励为加筋板 a 的共振频率。设初级激励频率 $f = 296$ Hz, 加筋板 a 的第 3 阶模式发生共振。控制前后空腔声模式幅值及固支基板 b 的模式

幅值的变化如图 8 所示。控制前, 由于加筋板 a 的第 3 阶模式产生共振, 由表 3 可知固支基板 a 中的 (1,2) 模式被主要激起, 同时 (2,2) 模式也被激起。这些模式与空腔声模式耦合, 在所考虑的低频范围内 (1,2) 模式的能量应主要传输到空腔第 3 阶 (0,1,0) 声模式内, 其模式幅值最大。由于初级激励频率接近加筋板 b 第 2 个模式的共振频率, 因而此模式被激起, 相应基板 b 的 (2,1) 与 (3,1) 模式被激起, 如图 8(b) 所示。经分析可知, 固支基板 b 中 (2,1) 模式的能量主要通过它与空腔第 2 阶声模式 (1,0,0) 的耦合传输而来, 且 (3,1) 模式的能量主要通过筋的耦合作用从 (2,1) 模式传输而来, 能量传输的根源也来自 (1,0,0) 声模式。而模式幅值较大的空腔第 3 阶声模式 (0,1,0) 的能量并未传到固支基板 b 的 (1,2) 模式内 (图 8(b) 中第三个模式的幅值较低), 这也是筋的耦合作用导致出现的特殊规律。

控制后, 空腔第 2 阶 (1,0,0) 声模式得到抑制, 因而固支基板 b 中 (2,1) 与 (3,1) 模式也得到抑制, 从而使加筋板 b 的辐射声功率大幅衰减。这也属于空腔声模式的抑制机理, 此时只将对能量传输起主要作用的第 2 阶声模式抑制即可获得较高的隔声量。其余幅值较高的声模式对声能量传输的贡献较小, 因而无需控制。控制后这些声模式的幅值并未改变, 因而控制效率较高。



(a) 空腔前 14 阶声模式幅值



(b) 固支基板 b 前 14 阶位移模式幅值

图 8 控制前后模式的幅值 ($f = 296$ Hz)

上述空腔与加筋板 b 之间的特殊能量传输规律, 可通过求解基板 b 的模态幅值 q_b 来验证。由方程式 (14) 可得基板 b 的位移模态幅值 q_b 与空腔声模态幅值 P 的关系:

$$q_b = (K_b - \omega^2 M_b)^{-1} (L_b)^T P,$$

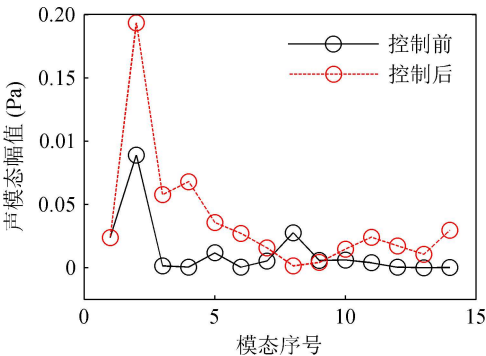
(27)

设 $Z_{cp} = (K_b - \omega^2 M_b)^{-1} (L_b)^T$, 为空腔声模态幅值与基板 b 模态幅值之间的传输阻抗矩阵。由表 2 的模态序号, 基板 b 中 (2,1) 模态的位移幅值 $q_{b,(2,1)} = Z_{cp}(2,:)P$, 其中 $Z_{cp}(2,:)$ 表示阻抗矩阵 Z_{cp} 的第 2 行元素。计算获得此频点 $Z_{cp}(2,:)$ 的前 5 个元素值及 P 的前 5 阶声模态幅值数据见表 5。经计算可得 $|Z_{cp}(2,2)P(2)| = 1.8e-8$, 由图 8(b) 可知它已非常接近 (2,1) 模态的位移幅值, 从而证实了基板 b 中 (2,1) 模态的能量主要来自空腔第 2 阶 (1,0,0) 声模态的贡献。同样固支基板 b 中 (3,1) 模态的幅值 $q_{b,(3,1)} = Z_{cp}(4,:)P$, $Z_{cp}(4,:)$ 为阻抗矩阵 Z_{cp} 的第 4 行元素且 $Z_{cp}(4,:)$ 的前 5 个元素值见表 5。计算可得 $|Z_{cp}(4,2)P(2)| = 0.8e-8$, 它已非常接近基板 (3,1) 模态的位移幅值。说明 (3,1) 模态所含能量也主要来自空腔第 2 阶 (1,0,0) 声模态的贡献。这两个模态之间没有耦合且不会有直接的能量传递, 因而其能量只能是由于筋的耦合作用从基板 (2,1) 模态传输而来, 能量的根源也来自于 (1,0,0) 声模态。

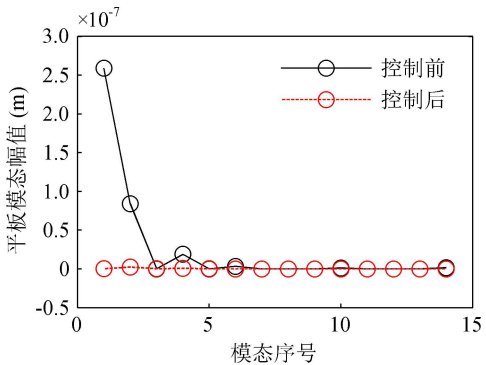
(3) 初级激励为加筋板 b 的共振频率。初级激励频率 $f = 174 \text{ Hz}$ 时, 加筋板 b 的第 1 阶模态产生共振, 相应基板 b 的 (1,1) 与 (2,1) 模态被激起。控制前后空腔声模态幅值及基板 b 模态幅值的变化如图 9 所示。控制前, 空腔第 1、第 2 阶声模态被激起, 因而固支基板 b 中 (1,1) 与 (2,1) 模态所含的声能量主要来自这两个声模态的贡献。

控制前, (1,1) 模态的位移幅值 $q_{b,(1,1)} = Z_{cp}(1,:)P_{\text{bef}}$, P_{bef} 为控制前的空腔声模态幅值。此频点 $Z_{cp}(1,:)$ 的前 5 个元素值及 P_{bef} 的前 5 阶声模态幅值数据如表 6。空腔第 1 与第 2 阶声模态对基板 b(1,1) 模态的能量贡献及这两个声模态耦合的总贡献分别为 $|Z_{cp}(1,1)P_{\text{bef}}(1)| = 1.2e-7$, $|Z_{cp}(1,2)P_{\text{bef}}(2)| =$

$0.73e-7$ 和 $|Z_{cp}(1,1)P_{\text{bef}}(1) + Z_{cp}(1,2)P_{\text{bef}}(2)| = 1.5e-7$ 。由图 9(b) 中 (1,1) 模态的幅值, 可知此模态的大部分能量应来自空腔第 1 阶 (0,0,0) 声模态的贡献, 同时也有较少部分的能量来自 (1,0,0) 声模态, 即通过筋的耦合作用从 (2,1) 模态传输而来。同样 (2,1) 模态的位移幅值为 $q_{b,(2,1)} = Z_{cp}(2,:)P_{\text{bef}}$, 此频点 $Z_{cp}(2,:)$ 的前 5 个元素数据如表 6。计算获得 $|Z_{cp}(2,1)P(1)| = 0.41e-7$, $|Z_{cp}(2,2)P(2)| = 0.24e-7$ 和 $|Z_{cp}(2,1)P(1) + Z_{cp}(2,2)P(2)| = 0.50e-7$ 。说明 (2,1) 模态的能量也主要来自空腔第 1 阶 (0,0,0) 声模态的贡献, 即通过筋的耦合作用从 (1,1) 模态间接传输而来。同时 (2,1) 模态与空腔第 2 阶 (1,0,0) 声模态耦合, 小部分声能量也可从此声模态直接传输而来。通过能量的上述交错传递最终激起加筋板 b 的第 1 阶振动模态。



(a) 空腔前 14 阶声模态幅值



(b) 固支基板 b 前 14 阶位移模态幅值

图 9 控制前后模态的幅值 ($f = 174 \text{ Hz}$)

表 5 Z_{cp} 与 P 的元素值

序数	$Z_{cp}(2,i)$	$Z_{cp}(4,i)$	$P(i)$
$i = 1$	$-2.37e-8+8.81e-10i$	$1.46e-9+3.58e-10i$	$0.003+0.013i$
$i = 2$	$9.77e-8-6.29e-9i$	$4.35e-8-2.86e-9i$	$-0.093-0.161i$
$i = 3$	$1.15e-10-4.29e-12i$	$-7.12e-12-1.74e-12i$	$0.421+0.178i$
$i = 4$	$-4.76e-10+3.06e-11i$	$-2.12e-10+1.39e-11i$	$-0.119-0.052i$
$i = 5$	$5.82e-8-3.52e-9i$	$2.85e-8-1.66e-9i$	$-0.009+0.008i$

表 6 Z_{cp} 与 P 的元素值

序数	$Z_{cp}(1, i)$	$Z_{cp}(2, i)$	$P_{bef}(i)$	$P_{aft}(i)$
$i = 1$	$4.19\text{e-}6 - 2.80\text{e-}6\text{i}$	$1.35\text{e-}6 - 9.02\text{e-}7\text{i}$	$-0.018 - 0.018\text{i}$	$0.016 - 0.018\text{i}$
$i = 2$	$8.61\text{e-}7 - 5.78\text{e-}7\text{i}$	$2.91\text{e-}7 - 1.86\text{e-}7\text{i}$	$-0.046 + 0.054\text{i}$	$-0.128 + 0.147\text{i}$
$i = 3$	$-2.04\text{e-}8 + 1.36\text{e-}8\text{i}$	$-6.57\text{e-}9 + 4.40\text{e-}9\text{i}$	$-0.001 - 0.001\text{i}$	$-0.038 + 0.045\text{i}$
$i = 4$	$-4.20\text{e-}9 + 2.82\text{e-}9\text{i}$	$-1.42\text{e-}9 + 9.09\text{e-}10\text{i}$	$4.798\text{e-}4 + 6.919\text{e-}5\text{i}$	$-0.043 + 0.054\text{i}$
$i = 5$	$-2.18\text{e-}6 + 1.46\text{e-}6\text{i}$	$-6.97\text{e-}7 + 4.69\text{e-}7\text{i}$	$-0.002 - 0.0004\text{i}$	$-0.022 + 0.029\text{i}$

控制后, 空腔前几阶声模态均被进一步激励且幅值增大, 但加筋板 b 的第 1 阶模态却得到抑制, 相应基板的 (1,1) 与 (2,1) 模态被抑制, 位移幅值大幅降低。控制后空腔声场的重构导致基板 b 的模态受到抑制, 即模态的“重构”与“抑制”现象并存, 这种特殊的控制规律同样是由于筋的耦合作用所致。

控制后空腔声模态幅值 P_{aft} 的前 5 阶元素数据见表 6。控制后基板 b 中 (1,1) 模态的幅值为 $q_{b,(1,1)} = Z_{cp}(1, :)P_{aft}$, 此时空腔第 1、第 2、第 5 阶声模态各自对 (1,1) 模态声能量的贡献及它们耦合作用的总贡献分别为:

$$Z_{cp}(1, 1)P_{aft}(1) = 1.7\text{e-}8 - 1.2\text{e-}7\text{i},$$

$$Z_{cp}(1, 2)P_{aft}(2) = -2.5\text{e-}8 + 2.0\text{e-}7\text{i},$$

$$Z_{cp}(1, 5)P_{aft}(5) = 6.2\text{e-}9 - 9.5\text{e-}8\text{i},$$

$$Z_{cp}(1, 1)P_{aft}(1) + Z_{cp}(1, 2)P_{aft}(2) +$$

$$Z_{cp}(1, 5)P_{aft}(5) = -1.4\text{e-}9 - 1.4\text{e-}8\text{i}.$$

比较发现, $Z_{cp}(1, 1)P_{aft}(1)$ 与 $Z_{cp}(1, 5)P_{aft}(5)$ 的和恰好与 $Z_{cp}(1, 2)P_{aft}(2)$ 的实部与虚部相消, 表明空腔第 1 阶 (0,0,0) 与第 5 阶 (2,0,0) 声模态对 (1,1) 模态的能量贡献恰好与空腔第 2 阶 (1,0,0) 声模态的贡献相消, 从而导致基板 (1,1) 模态的抑制。具体表现为, 空腔第 1 阶 (0,0,0)、第 5 阶 (2,0,0) 声模态与固支基板 (1,1) 模态耦合而进行直接的能量传输, 由于筋的耦合作用空腔第 2 阶 (1,0,0) 声模态通过固支基板 (2,1) 模态将能量传输到 (1,1) 模态。由于直接传输与间接传输部分的能量反相而相互抵消, 最终使 (1,1) 模态得到抑制。分析控制后各空腔声模态相位的变化 (限于篇幅未列出) 发现, 空腔 (0,0,0) 与 (1,0,0) 声模态反相, 亦可说明它们对 (1,1) 模态的能量贡献相互抵消。

控制后 (2,1) 模态的位移幅值为:

$$q_{b,(2,1)} = Z_{cp}(2, :)P_{aft},$$

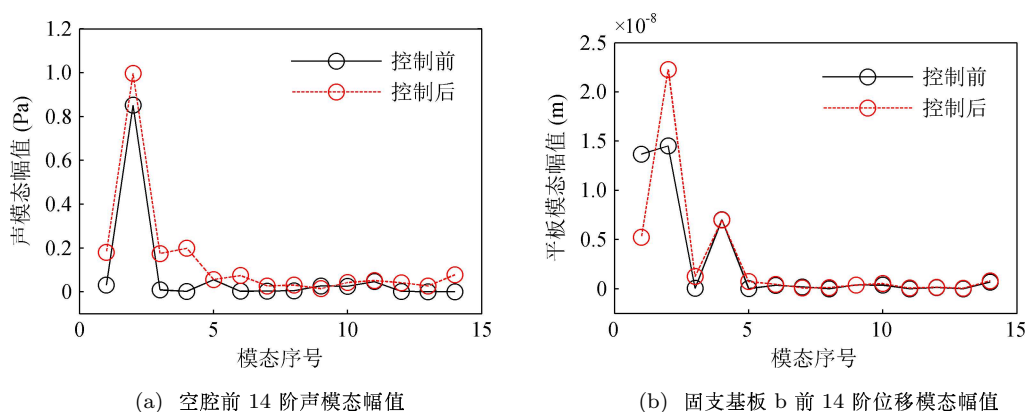
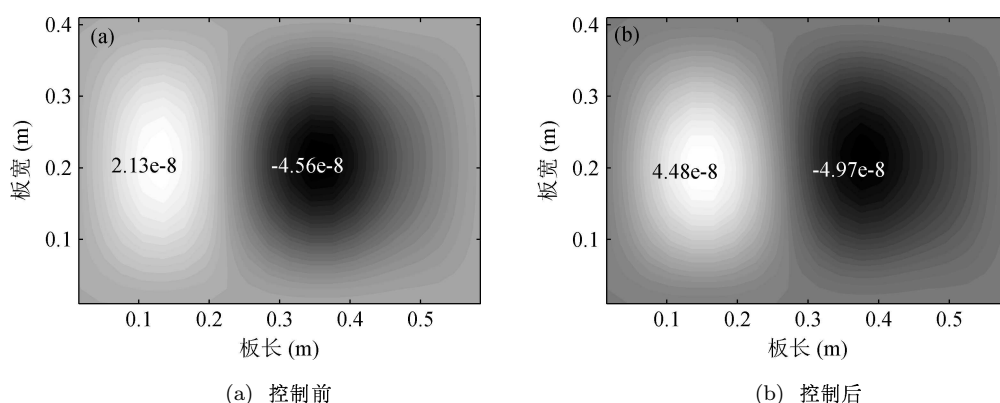
空腔第 1 阶、第 2 阶与第 5 阶声模态对 (2,1) 模态的能量贡献及总贡献为 $Z_{cp}(2, 1)P_{aft}(1) = 5.5\text{e-}9 - 3.8\text{e-}8\text{i}$,

$Z_{cp}(2, 2)P_{aft}(2) = -9.6\text{e-}9 + 6.7\text{e-}8\text{i}$, $Z_{cp}(2, 5)P_{aft}(5) = 1.9\text{e-}9 - 3.0\text{e-}8\text{i}$ 和 $Z_{cp}(2, 1)P_{aft}(1) + Z_{cp}(2, 2)P_{aft}(2) + Z_{cp}(2, 5)P_{aft}(5) = -2.3\text{e-}9 - 2.2\text{e-}9\text{i}$ 。比较发现, 空腔第 1 阶与第 5 阶声模态的能量贡献也恰好与第 2 阶声模态的贡献抵消。即空腔第 2 阶 (1,0,0) 声模态与 (2,1) 模态耦合直接传输的能量, 与由于筋的耦合作用空腔第 1 与第 5 阶声模态经由 (1,1) 模态而间接传输到 (2,1) 模态的声能量相互抵消, 从而达到对 (2,1) 模态的抑制。

总体来说, 控制前固支基板 b 的 (1,1) 与 (2,1) 模态能量均来自于空腔第 1 阶 (0,0,0) 声模态的贡献, 少部分来自第 2 阶 (1,0,0) 声模态。控制后, 基板 b 中这两模态的声能量的直接传输部分与通过筋耦合产生的间接传输部分相互抵消, 从而达到对模态的抑制。

(4) 初级激励为特殊共振频点。初级激励频率 $f = 245 \text{ Hz}$ 时, 加筋板 a 的第 2 阶模态被激起, 控制前后空腔的声模态幅值与固支基板 b 的模态幅值的变化如图 10 所示。此频点间于加筋板 b 第 1 与第 2 阶模态之间, 因而这两模态被同时激起, 相应基板 b 的 (1,1), (2,1) 与 (3,1) 模态被激起。控制后空腔前几阶声模态的幅值均增大, 空腔声场重构。此时对于基板 b 中的 (1,1) 模态, 控制后空腔第 1 阶与第 2 阶声模态对其声能量的贡献相互抵消而使其得到抑制。由于 (2,1) 模态幅值大幅提高, 导致控制后加筋板 b 的振动位移大幅增加, 如图 11 中控制前后加筋板 b 的位移分布。但控制后此频点的辐射声功率大幅下降, 说明通过控制对基板 b 的模态进行了重构, 导致加筋板 b 成为弱的辐射体, 这就是所谓的“重构”机理。此时尽管 (2,1) 模态的幅值增大, 但其辐射效率与 (1,1) 模态相比却较小^[19-22]。虽然结构振动增强, 但其辐射声的能力却降低, 这是此频点降噪的根源。

(5) 初级激励为非共振频点。经分析知, 非共振频点的控制机制主要为以下两种, 即由空腔声场的抑制导致的固支基板的模态抑制和由空腔声场的重构导致的固支基板的模态抑制。这两控制机制均大

图 10 控制前后模式的幅值 ($f = 245$ Hz)图 11 控制前后加筋板 b 的表面位移 ($f = 245$ Hz)

幅抑制了固支基板 b 的模式幅值, 因而能有效抑制加筋板 b 的辐射功率, 使得空腔控制策略在非共振频点亦能获得较好的降噪效果。

由于加筋板的任意阶共振模态均为固支基板有限几阶模态的叠加, 如果有源隔声采用辐射板施加次级力源的策略, 则次级力源须同时抑制多阶基板的模态才能获得较好的降噪效果^[23-24]。而在加筋板的非共振频点, 多阶加筋板的共振模态被激起, 相应固支基板模态的振动将非常复杂, 此时需施加多个次级力控制^[25]才能获得较好的效果。相比而言, 由于筋的耦合作用, 空腔声控制策略能通过调整有限几个空腔声模态而达到对基板 b 的模态的抑制与重构, 所需次级声源数目较少且能获得较好的降噪效果, 这就从有源隔声的物理本质解释了文献 8 中声腔控制策略优于力控制策略的原因。

3 结论

本文从模态的角度分析了空腔控制策略下双层加筋结构有源隔声的物理机理。得出以下 3 种隔声机制: (1) 空腔声模态的抑制, 它抑制辐射加筋板中基板的若干阶模态, 且只需抑制对能量传输起主导作用的声模态即可; (2) 空腔声模态重构, 由于筋的

耦合作用, 不同的声模态对基板同一模态的能量贡献相互抵消, 从而抑制辐射加筋板中基板的模态, 此时“重构”与“抑制”机理并存; (3) 空腔声模态重构, 使得辐射加筋板中基板模态重构, 从而降低整个辐射板的辐射效率而使其变为弱的辐射体。由于筋的耦合作用, 辐射加筋板中基板的有限几阶模态的能量均来自同一个或两个声模态。因而声控制策略与力控制策略相比, 控制效率更高且控制效果更好。本工作将为后续双层加筋有源隔声结构的优化设计提供理论指导, 定量分析筋条对系统中声能量传输及有源控制的影响将深化对隔声机制的认识, 需后续重点研究。

参 考 文 献

- 1 Dozio L, Ricciardi M. Free vibration analysis of ribbed plates by a combined analytical-numerical method. *J. Sound Vib.*, 2009; **319**(1-2): 681—697
- 2 Gardonio P, Elliott S J. Active control of structure-borne and airborne sound transmission through double panel. *J. Aircraft*, 1999; **36**(6): 1023—1032
- 3 Graham W R. Boundary layer induced noise in aircraft, Part I: The flat plate model. *J. Sound Vib.*, 1996; **192**(1): 101—120
- 4 Graham W R. Boundary layer induced noise in aircraft, Part II: The trimmed flat plate model. *J. Sound Vib.*, 1996;

- 192(1): 121—138
- 5 Grosveld F W. Field-incidence noise transmission loss of general aviation aircraft double-wall configurations. *J. Aircraft*, 1985; **22**(2): 117—123
 - 6 Pietrzko S J, Mao Q. New results in active and passive control of sound transmission through double wall structures. *Aerosp. Sci. Technol.*, 2008; **12**(1): 42—53
 - 7 Carneal J P, Fuller C R. An analytical and experimental investigation of active structural acoustic control of noise transmission through double panel systems. *J. Sound Vib.*, 2004; **272**(4): 749—771
 - 8 马玺越, 陈克安, 丁少虎, 张冰瑞. 双层加筋板低频声的隔离与有源控制. *声学学报*, 2014; **39**(4): 479—488
 - 9 Bao C, Pan J. Experimental study of different approaches for active control of sound transmission through double walls. *J. Acoust. Soc. Am.*, 1997; **102**(3): 1664—1670
 - 10 Pan J, Bao C. Analytical study of different approaches for active control of sound transmission through double walls. *J. Acoust. Soc. Am.*, 1998; **103**(4): 1916—1922
 - 11 Li Y Y, Cheng L. Mechanisms of active control of sound transmission through a linked double-wall system into an acoustic cavity. *Appl. Acoust.*, 2008; **69**(7): 614—623
 - 12 靳国永, 刘志刚, 杨铁军. 双层板腔结构声传输及其有源控制研究. *声学学报*, 2010; **35**(6): 665—677
 - 13 Lin T R, Pan J. A closed form solution for the dynamic response of finite ribbed plates. *J. Acoust. Soc. Am.*, 2006; **119**(2): 917—925
 - 14 Lin T R. A study of modal characteristics and the control mechanism of finite periodic and irregular ribbed plates. *J. Acoust. Soc. Am.*, 2008; **123**(2): 729—737
 - 15 Lin T R. An analytical and experimental study of the vibration response of a clamped ribbed plate. *J. Sound Vib.*, 2012; **331**(4): 902—913
 - 16 陈克安. 有源噪声控制. 北京: 国防工业出版社, 2003
 - 17 Sas P, Bao C, Augusztinovicz F, Desmet W. Active control of sound transmission through a double panel partition. *J. Sound Vib.*, 1995; **180**(4): 609—625
 - 18 Pan J, Bies D A. The effect of fluid-structural coupling on sound waves in an enclosure-Theoretical part. *J. Acoust. Soc. Am.*, 1990; **87**(2): 691—707
 - 19 Currey M N, Cunefare K A. The radiation modes of baffled finite plates. *J. Acoust. Soc. Am.*, 1995; **98**(3): 1570—1580
 - 20 马玺越, 陈克安, 丁少虎, 张冰瑞. 用于三层有源隔声结构误差传感的压电传感薄膜阵列及其优化设计. *物理学报*, 2013; **62**(12): 124301—10
 - 21 Li S, Chen K. The relationship between acoustic radiation modes and structural modes and its applications. *Chinese Journal of Acoustics*, 2007; **26**(2): 158—167
 - 22 Chen K, Chen G, Li S. Error sensing strategy for active acoustic structure based on distributed displacement sensors. *Chinese Journal of Acoustics*, 2007; **26**(3): 235—245
 - 23 Chen K, Koopmann G H. Theoretical study on active control of sound radiation based on planar sound sources. *Chinese Journal of Acoustics*, 2003; **22**(4): 360—368
 - 24 Chen K, Yin X. Active control of radiated sound using near filed pressure sensing. *Chinese Journal of Acoustics*, 2004; **23**(3): 193—202
 - 25 Wang B T, Fuller C R, Dimitriadis E K. Active control of noise transmission through rectangular plates using multiple piezoelectric or point force actuators. *J. Acoust. Soc. Am.*, 1991; **90**(5): 2820—2830

附录

(1) 定义如下各积分项:

$$I_{1m} = \int_0^{l_x} [\phi_m(x)]'''' \phi_m(x) dx, \quad I_{2n} = \int_0^{l_y} [\varphi_n(y)]^2 dy, \quad I_{3m} = \int_0^{l_x} [\phi_m(x)]'' \phi_m(x) dx,$$

$$I_{4n} = \int_0^{l_y} [\varphi_n(y)]'' \varphi_n(y) dy, \quad I_{5m} = \int_0^{l_x} [\phi_m(x)]^2 dx, \quad I_{6n} = \int_0^{l_y} [\varphi_n(y)]'''' \varphi_n(y) dy.$$

(2) 方程式 (10) 中变量 $k_{a,mn}$, $\mu_{a,mn}$, $k_{a,Bn}$, $\mu_{a,Bn}$, $k_{a,Tn}$ 与 $\mu_{a,Tn}$ 为:

$$k_{a,mn} = D_a(I_{1m}I_{2n} + 2I_{3m}I_{4n} + I_{5m}I_{6n}), \quad \mu_{a,mn} = \rho_a h_a I_{5m}I_{2n}, \quad k_{a,Bn} = E_a I_a I_{6n},$$

$$\mu_{a,Bn} = \rho_a A_a I_{2n}, \quad k_{a,Tn} = E_a I_{a,w} I_{6n} - G_a J_a I_{4n}, \quad \mu_{a,Tn} = \rho_a I_{a,0} I_{2n}.$$

(3) 方程式 (11) 中变量 $k_{b,mn}$, $\mu_{b,mn}$, $k_{b,Bn}$, $\mu_{b,Bn}$, $k_{b,Tn}$ 与 $\mu_{b,Tn}$ 为:

$$k_{b,mn} = D_b(I_{1m}I_{2n} + 2I_{3m}I_{4n} + I_{5m}I_{6n}), \quad \mu_{b,mn} = \rho_b h_b I_{5m}I_{2n}, \quad k_{b,Bn} = E_b I_b I_{6n},$$

$$\mu_{b,Bn} = \rho_b A_b I_{2n}, \quad k_{b,Tn} = E_b I_{b,w} I_{6n} - G_b J_b I_{4n}, \quad \mu_{b,Tn} = \rho_b I_{b,0} I_{2n}.$$

(4) 方程式 (13) 中刚度矩阵 $\mathbf{K}_a$ 与质量矩阵 $\mathbf{M}_a$ 的第 (mn, pq) 元素为:

$$k_a(mn, pq) = k_{a,mn} \delta(m-p) \delta(n-q) + \phi_m(x_a) k_{a,Bn} \phi_p(x_a) \delta(n-q) - \phi'_m(x_a) k_{a,Tn} \phi'_p(x_a) \delta(n-q),$$

$$M_a(mn, pq) = \mu_{a,mn} \delta(m-p) \delta(n-q) + \phi_m(x_a) \mu_{a,Bn} \phi_p(x_a) \delta(n-q) - \phi'_m(x_a) \mu_{a,Tn} \phi'_p(x_a) \delta(n-q),$$

方程式 (14) 中刚度矩阵 $\mathbf{K}_b$ 与质量矩阵 $\mathbf{M}_b$ 的第 (mn, pq) 元素为:

$$k_b(mn, pq) = k_{b, mn} \delta(m-p) \delta(n-q) + \phi_m(x_b) k_{b, Bn} \phi_p(x_b) \delta(n-q) - \phi'_m(x_b) k_{b, Tn} \phi'_p(x_b) \delta(n-q),$$

$$M_b(mn, pq) = \mu_{b, mn} \delta(m-p) \delta(n-q) + \phi_m(x_b) \mu_{b, Bn} \phi_p(x_b) \delta(n-q) - \phi'_m(x_b) \mu_{b, Tn} \phi'_p(x_b) \delta(n-q).$$

(5) 方程式 (15) 中系数矩阵 $\mathbf{H}$ 的第 (i, j) 元素为:

$$h(i, j) = M_{c, i} (\omega_i^2 - \omega^2 + 2j\xi_i \omega \omega_i) \delta(i-j),$$

L 阶列矢量 $\mathbf{Y}$ 的表达式为:

$$\mathbf{Y} = [\mathrm{j}\omega\rho_0 c_0^2 \psi_1(r_s), \mathrm{j}\omega\rho_0 c_0^2 \psi_2(r_s), \dots, \mathrm{j}\omega\rho_0 c_0^2 \psi_L(r_s)]^T.$$