

考虑遮挡和二次散射的修正板块元算法^{*}

郑国垠^{1,2} 范 军¹ 汤渭霖¹

(1 上海交通大学船舶海洋与建筑工程学院 上海 200240)

(2 武汉第二船舶设计研究所 武汉 430064)

2010 年 1 月 18 日收到

2010 年 6 月 4 日定稿

摘要 对外部加环肋圆柱壳体的声散射研究表明, 部件之间的互散射 (二次散射) 对反向散射声场有重要贡献。本文在板块元算法基础上, 加入对遮挡和二次散射的判段, 得到修正的板块元算法。通过计算外部加环肋圆柱壳体的目标强度, 展现了二次散射和遮挡效应在不同角度的交替作用; 而在考虑透射效应后, 在高频段和低频段呈现出不同的效果。修正板块元计算结果与实测数据比较, 两者一致。

PACS 数: 43.30, 43.20

A modified planar elements method considering occlusion and secondary scattering

ZHENG Guoyin^{1,2} FAN Jun¹ TANG Weilin¹

(1 School of Naval Architecture, Ocean and Civil Engineering, Shanghai Jiao Tong University Shanghai 200240)

(2 Wuhan No. 2 Shipbuilding Institute Wuhan 430064)

Received Jan. 18, 2010

Revised Jun. 4, 2010

Abstract The scattering from the external ring-stiffened finite cylindrical shell has been studied before and the result shows the secondary scattering has important contribution to the scattering field. The primary Planar Elements Method (PEM) cannot accurately forecast the echo characteristics. In this paper, based on the primary PEM, a modified PEM is developed by adding the judgments of occlusion and secondary scattering and combining with the bistatic PEM. The Target Strength of the dihedral reflector is calculated both by the primary and modified PEM and then the validity of the modified PEM is shown by comparing with the theoretical solution. Then, the Target Strength of the external ring-stiffened finite cylindrical shell is also calculated. The result shows that occlusion and secondary scattering respectively have important contribution to the scattering field at different incident angle. When considering the transmission of the rings, the secondary scattering is strong in high-frequency but weak in low-frequency. Finally, the good agreement is shown between the numerical result and the experimental result.

引言

水下复杂目标的声散射通常用数值方法来处理。目前国内比较常用的回波特性预报软件主要是基于 Kirchhoff 积分。上海交大范军和汤渭霖提出的板块元计算方法^[1]将目标表面用大量小板块来拟合, 实现了对具有刚硬表面和阻抗表面目标的回波在较短时间内预报。随后又进一步发展了快速预报的可

视化图形声学计算方法 (GRACO)^[2]。

在一定频段内, 现有的板块元算法得到较好的应用, 但算法本身尚存在一些需要改进和修正的地方, 如: 其中没有考虑板块之间的遮挡效应和多次散射问题。因此现有的板块元算法适用于水下目标的外部线型简单, 部件之间不存在遮挡和多次散射的情况。然而, 对于一类重要的水下结构——双层加肋圆柱壳体, 两层壳体之间存在一排起连接和支撑作用的环肋板, 在声学上是特殊的散射体。由于两层壳体

^{*} 国家自然科学基金资助项目 (105004021)

之间充满水, 声波能够透过外壳体进入中间水层, 导致肋板和内部耐压壳体的散射。在倾斜入射时, 肋板与内部耐压壳体间存在明显的遮挡效应, 并且两者间又会形成“类角反射器”。此时板块元算法的适用性受到限制^[3], 因此对于板块元算法的进一步修正势在必行。

本文在板块元算法的基础上借鉴了雷达散射截面计算^[4]中常用的遮挡效应算法, 并依据区域投影/物理光学(AP/PO)方法判别二次散射是否存在, 再结合收发分置的板块元算法, 得到考虑了遮挡效应、二次散射的修正板块元计算方法。通过典型的角反射器模型计算说明修正算法的有效性。最后, 考虑肋板透射的情况下, 对外部加环肋有限长圆柱壳体模型的目标强度进行计算, 并与实验结果对比。

1 遮挡判别的近似算法

遮挡效应是复杂目标回声计算中的一个重要问题, 如果某一板块被其它板块所遮挡, 根据物理声学概念, 该板块对目标的回波强度不会产生贡献。遮挡问题牵涉到复杂的几何计算, 为了简化计算, 我们将遮挡问题近似处理为: 一个板块是否被遮挡只要看该板块的中心点是否可以被声源“看到”。图1给出建模后其中两个板块的示意图, 其中板块1是需要判断是否被遮挡的板块, 板块2是其他板块, 板块1的中心点为 M , 外法线矢量为 $\hat{n}_1$, $\hat{i}$ 为入射波矢的反向矢量, P 点为 M 点沿入射波矢方向的直线和板块2所在平面的交点, V 点为板块2的任一顶点, 板块2外法线矢量为 $\hat{n}_2$ 。 r_P , r_M , r_V 分别是 P 点、 M 点、 V 点的位置矢。对目标的每一个板块均进行如下几步的判别:

第1步: 判别板块1是否被入射声波“照亮”。

若 $\hat{i} \cdot \hat{n}_1 \leq 0$, 该板块未被入射波“照亮”, 即处在影区;

若 $\hat{i} \cdot \hat{n}_1 > 0$, 继续第2步。

第2步: 判别板块1是否被板块2遮挡。

这里引入一个参数 α , 令

$$r_P - r_M = \alpha \hat{i}, \quad (1)$$

由于:

$$(r_P - r_V) \cdot \hat{n}_2 = 0. \quad (2)$$

将式(2)代入式(1)后整理可得:

$$\alpha = \frac{r_V \cdot \hat{n}_2 - r_M \cdot \hat{n}_2}{\hat{i} \cdot \hat{n}_2}. \quad (3)$$

若 $\alpha \leq 0$, 可以理解为入射波首先到达板块1所在平面, 则板块1未被板块2遮挡; 若 $\alpha > 0$, 说明入

射波首先到达板块2所在平面, 有可能遮挡板块1, 则继续进行第3步判别。

第3步: 判别交点 P 是否在板块2内部。

已知板块2是三角形, 设各顶点的位置矢为 r_i ($i = 1, 2, 3$), 令:

$$\beta_i = [(r_i - r_P)(r_{i+1} - r_P)] \cdot \hat{n}_2, \quad i = 1, 2, 3, \quad r_4 = r_1 \quad (4)$$

若对于所有 $\beta_i > 0$, 则交点 P 在板块2内部, 这时我们就认为板块1被板块2遮挡, 计算时排除该板块; 反之, 则交点 P 不在板块2内部, 即认为板块1没有被板块2遮挡。这样遍历目标表面所有板块后, 就能在计算目标的回波特性时, 把被遮挡的板块排除在外。

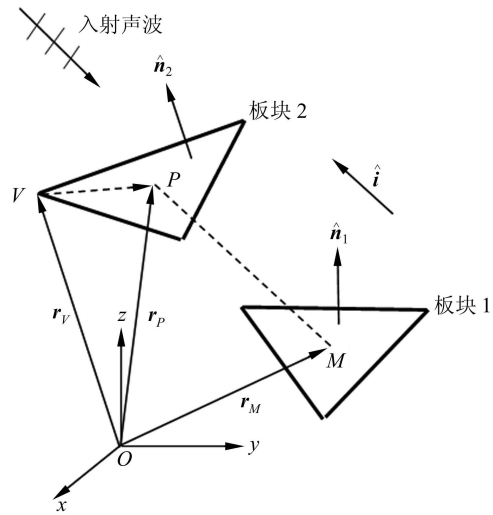


图1 判别遮挡示意图

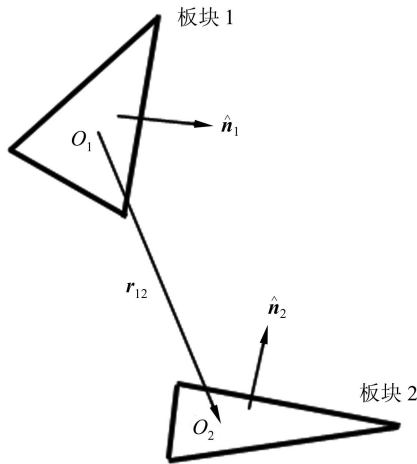
2 二次散射

2.1 二次散射是否存在的判别

在计算二次散射时, 对于用三角形板块拟合的目标表面, 假设声波在目标表面某个板块1产生第一次散射后, 按照几何声学理论声线按照反射定律反射到板块2上, 此时板块2的散射就是我们需要的二次散射。因此对二次散射是否存在的判别转化为判别: 对于每个能被“照亮”的板块1是否存在满足上述条件的板块2。具体的判别步骤如下:

第1步: 如图2所示, $\hat{n}_1$, $\hat{n}_2$ 分别为板块1和板块2的外法线矢量, r_{12} 为板块1中心 O_1 到板块2中心 O_2 的矢量。根据三者之间的关系判断:

若 $\hat{n}_1 \cdot r_{12} > 0$ 同时 $\hat{n}_2 \cdot r_{12} < 0$, 则认为二次散射可能存在, 进行第2步; 否则, 认为二次散射不存在, 按原板块元程序计算。

图 2 $\hat{n}_1, \hat{n}_2$ 与 r_{12} 的关系示意图

第 2 步: 求出板块 1 的反射声线方向, 并且求出反射声线与板块 2 所在平面的交点。

第 3 步: 判别交点是否在板块 2 内部。方法与式 (4) 相同。

若交点在板块 2 内部, 则认为板块 1 对应的二次散射面为板块 2; 反之, 则交点不在板块 2 内部, 即板块 2 不是板块 1 对应的二次散射面。遍历所有“照亮”区域内的板块后就能得到存在二次散射的板块对信息。

这里需要注意的是, 板块 1 沿反射声线投影到对应的二次散射面上时, 仅能“照亮”其中的一部分面积, 如图 3 所示。要准确找到“照亮”部分面积并进行积分, 将是一个非常繁琐的过程, 在板块划分较小的情况下, 用板块 2 的面积来代替“照亮”区域的

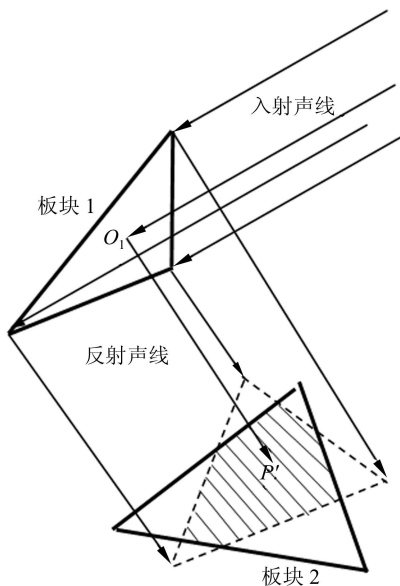


图 3 “照亮”区域示意图

面积进行计算, 可以在保证精度的同时大大提高运算速度。对于一种特殊情况: 即两个或多个板块 1 的中心点均投射到同一板块 2 上时, 只需对板块 2 计算一次二次散射。

经过上述判别和处理后, 我们就能得到存在二次散射的板块信息, 为下一步计算二次散射声场打下基础。

2.2 二次散射板块的散射声场计算方法

利用上节中的判别方法, 得到了存在二次散射的板块信息。这样在计算每个板块的散射声场时, 首先判断其是否存在二次散射, 若不存在, 就按照原板块元程序进行计算; 反之, 则需再计算其对应的二次散射板块对散射声场的贡献。如图 4 所示, 假定板块 1 和板块 2 组成一反射对, O_1, O_2 分别为其板块的中心点, $\hat{n}_1, \hat{n}_2$ 分别为其外法线矢量, r_1 为发射点 T 到板块 1 中心 O_1 的矢量 (由于板块 1 的大小相对于声源到板块的距离来说很小, 在计算板块 2 的反射时, r_1 即视为发射声源到板块 1 的距离; 而板块 2 是需要计算的部件, 不能做上述近似), r_2 为发射点 T 到板块 2 上任意一点 Q 的矢量, r_{12} 为板块 1 中心到板块 2 上任意一点 Q 的矢量。在计算二次散射的时候, 首先假设声波在目标表面某个板块 1 产生第一次散射后, 声线无损失地反射到板块 2, 这时板块 2 的散射仍然按照物理声学方法进行计算。设 ϕ_i 是入射波势函数 (略去时间因子 $\exp(-i\omega t)$):

$$\phi_i = (A/r'_1) \exp(ikr'_1). \quad (5)$$

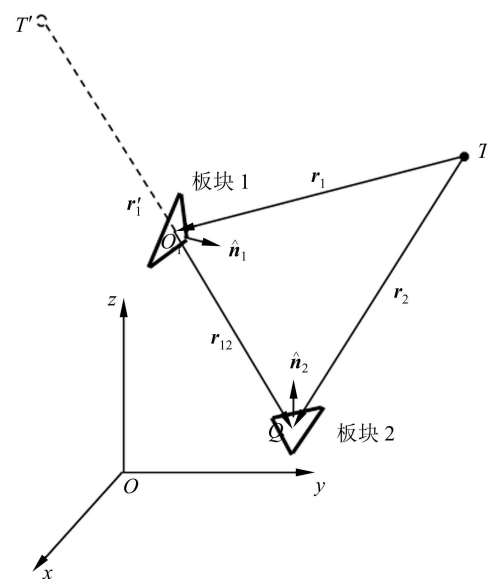


图 4 二次散射示意图

利用高频 Kirchhoff 近似, 散射声波的势函数表达式为:

$$\phi_s = \frac{-A}{4\pi} \int_s V(\theta) e^{ik(r'_1 + r_2)} \left[\frac{ikr_2 - 1}{r'_1 r_2^2} (\hat{n}_2 \cdot r_{20}) + \frac{ikr'_1 - 1}{(r'_1)^2 r_2} (\hat{n}_2 \cdot r_{120}) \right] ds, \quad (6)$$

式中: $V(\theta)$ 表示每个板块的反射系数, 刚硬表面时, $V(\theta) = 1$ 。 $r'_1 = r_1 + r_{12}$, r_{20} , r_{120} 分别为 r_2 , r_{12} 的单位矢量, 这里在 r_{12} 方向加上发射换能器到板块 1 中心 O_1 的距离 r_1 , 作为虚拟发射换能器的位置 T' , r'_1 作为虚拟发射源 T' 到板块 2 上任意一点 Q 的矢量。这样对每一个板块 2 来说问题转化为求解声波从 T' 处发射, T 处接收的一个收发分置的声散射问题。

上述公式中还有一些未知量, 需要做进一步近似后才能求解, 下面我们单独分析板块 2 上的收发分置近场板块元的积分问题。如图 5 所示: O 为坐标原点, Q 为板块 2 上任一点, r 为 Q 点的位置矢, r_2 , r_{12} 与图 3 定义相同; R_2 , R_{12} 分别为接收点 T 和 O_1 到板块 2 中心 O_2 的矢量, r_{O2} , r_T , r_R 分别为 O_2 点、 O_1 点和接收点 T 的位置矢; ξ 为板块 2 中心点 O_2 到任一点 Q 的矢量。这样, 对于式 (6) 中的各个未知量做如下近似: 由于板块面积很小, 因此 ξ 相对

于板块 2 到发射点和接收点的距离可以忽略不计, 因此在振幅项上, 我们认为:

$$\begin{cases} r_2 \approx R_2 = |r_{O2} - r_R|, \\ r_{20} \approx R_{20} = (r_{O2} - r_R)/R_2, \\ r_{12} \approx R_{12} = |r_{O2} - r_T|, \\ r_{120} \approx R_{120} = (r_{O2} - r_T)/R_{12}. \end{cases} \quad (7)$$

而对于相位项不能做上述近似, 则:

$$\begin{cases} r_2 = R_2 + R_{20} \cdot \xi, \\ r_{12} = R_{12} + R_{120} \cdot \xi, \end{cases} \quad (8)$$

其中:

$$\xi = r - r_{O2}.$$

将式 (7)、式 (8) 代入式 (6), 整理后可得:

$$\phi_s = \frac{-A}{4\pi} e^{ik(r_1 + R_{12} + R_2)} \left[\frac{ikR_2 - 1}{(r_1 + R_{12})^2 R_2^2} (\hat{n}_2 \cdot R_{20}) + \frac{ik(r_1 + R_{12}) - 1}{(r_1 + R_{12})^2 R_2} (\hat{n}_2 \cdot R_{120}) \right] I_s. \quad (9)$$

其中:

$$I_s = \int_s V(\theta) e^{ik(R_{120} + R_{20}) \cdot \xi} d\xi. \quad (10)$$

可见关键是对式 (10) 的计算, 这在原有的板块元算法中已经解决, 这里不再详述。这样对每个未被遮挡的板块首先用原收发合置板块元方法^[5] 计算其散射势函数, 随后对存在二次散射的板块用式 (9) 求其散射势函数, 最后合成整个目标的散射势函数。

3 数值计算

3.1 角反射器模型

为了验证算法的正确性, 首先建立如图 6 所示二面角模型, 其中两个面均为边长为 1 m 的正方形, 内夹角为 90° , 接收发射源在 xz 平面内, 方位角零度对应两个板块夹角的平分线。依据 Kirchhoff 近似公式估算的二面角散射截面公式^[6]:

$$\sigma = \frac{\lambda^2}{\pi} |S_a + S_b + S_{ab} + S_{ba}|^2, \quad (11)$$

其中:

$$S_a = -ika(l/\lambda) \sin(\beta + \phi) e^{-ika \cos(\beta + \phi)} \frac{\sin[ka \cos(\beta + \phi)]}{ka \cos(\beta + \phi)}, \quad (12)$$

$$S_b = -ikb(l/\lambda) \sin(\beta - \phi) e^{-ikb \cos(\beta - \phi)} \frac{\sin[kb \cos(\beta - \phi)]}{kb \cos(\beta - \phi)}, \quad (13)$$

$$S_{ab} = -ikb'(l/\lambda) \sin(3\beta + \phi) e^{-ikb' \cos 2\beta \cos(\beta + \phi)} \frac{\sin[kb' \cos 2\beta \cos(\beta + \phi)]}{kb' \cos 2\beta \cos(\beta + \phi)}, \quad (14)$$

$$S_{ba} = -ika'(l/\lambda) \sin(3\beta - \phi) e^{-ika' \cos 2\beta \cos(\beta - \phi)} \frac{\sin[ka' \cos 2\beta \cos(\beta - \phi)]}{ka' \cos 2\beta \cos(\beta - \phi)}. \quad (15)$$

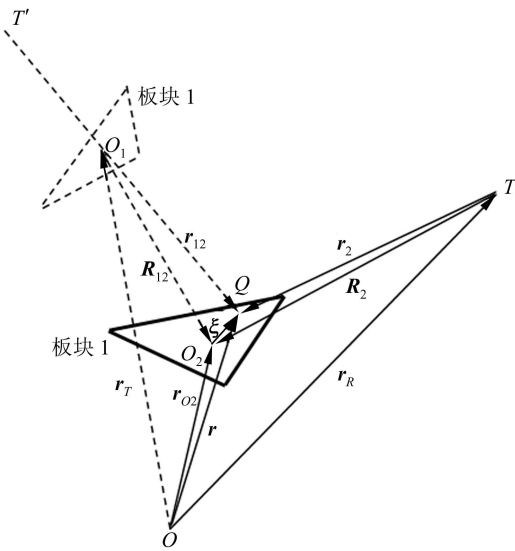


图 5 收发分置声散射示意图

在本文中 $a = b = l = 1 \text{ m}$, $\beta = 45^\circ$ 为内夹角的一半, ϕ 为入射声线与角平分线的夹角。 λ 为声波波长, 波数 $k = 2\pi/\lambda$ 。 a' , b' 的取值如下:

$$a' = \begin{cases} 0, & \phi \leq -\alpha, \\ a, & -\alpha \leq \phi \leq \gamma - \alpha, \\ b \frac{\sin(\beta - \phi)}{\sin(3\beta - \phi)}, & \phi \geq \gamma - \alpha, \end{cases} \quad (16)$$

$$b' = \begin{cases} a \frac{\sin(\beta + \phi)}{\sin(3\beta + \phi)}, & \phi \leq -\alpha, \\ b, & -\alpha \leq \phi \leq \gamma - \alpha, \\ 0, & \phi \geq \gamma - \alpha, \end{cases} \quad (17)$$

其中:

$$\alpha = \pi - 3\beta, \quad \tan \gamma = \frac{b \sin 2\beta}{a - b \cos 2\beta}$$

根据目标强度与散射截面的关系:

$$\text{TS} = 10 \lg \frac{\sigma}{4\pi}. \quad (18)$$

根据式 (18) 计算 30 kHz 时二面角的目标强度理论值, 与原板块元和修正的板块元计算结果进行对比, 结果如图 7 所示。

从图中可以看出修正的板块元计算与理论值相差在 3 dB 以内, 而原板块元计算仅在 -45° 和 45° 左

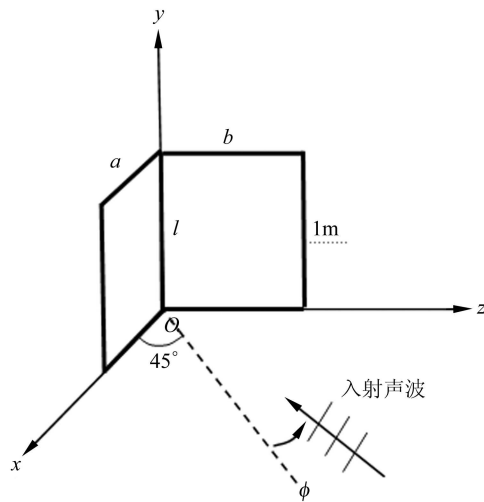


图 6 二面角示意图

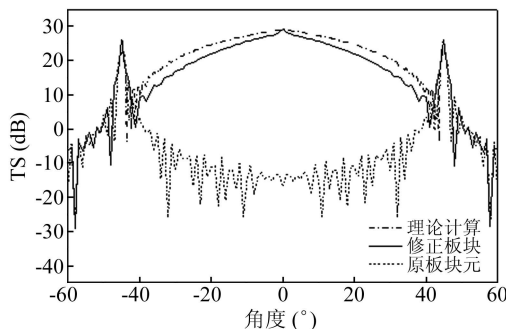


图 7 两种板块元与理论值对比

右吻合较好; 而在 $-40^\circ \sim 40^\circ$ 范围内, 原板块元结果比理论值小很多, 并且两者的差距在 0° 达到峰值, 这是二次散射带来的影响。因此, 修正后的板块元算法更适合于计算水下存在较多遮挡和二次散射目标的目标 TS 值。

3.2 外部加环肋圆柱壳体模型

3.2.1 刚硬表面

这里首先考虑模型为刚硬表面, 即声波不存在透射作用。用 ANSYS 软件对实验中所采用的外部加环肋圆柱壳体模型进行建模和网格划分, 如图 8 所示, 其中圆柱壳半径为 4.5 cm, 外部加有 11 个外径为 8 cm 的环肋, 环肋之间间距为 6 cm。除两端面外, 每个肋上等间距的开有 6 个半径为 1.5 cm 的孔。这个模型在较大角度范围内均存在遮挡效应和二次散射。

分别用原板块元和修正的板块元算法对该模型在 30 kHz 和 100 kHz 的目标强度进行了计算, 结果如图 9 所示。

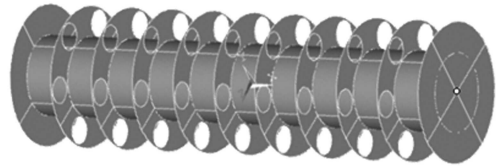
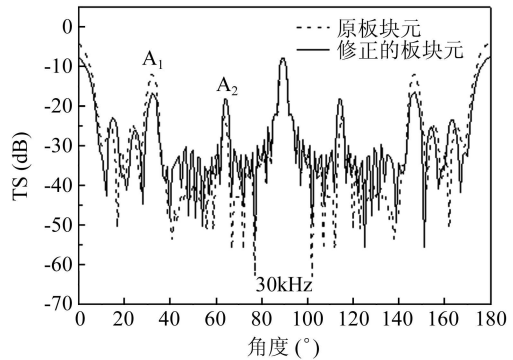
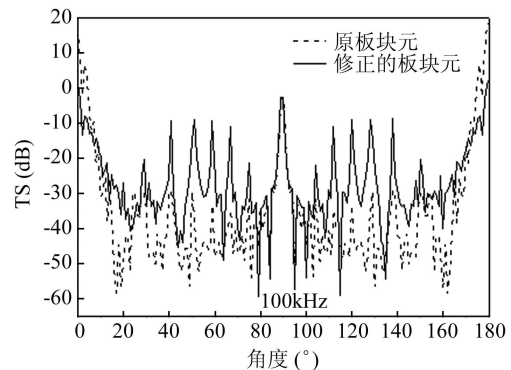


图 8 ANSYS 建模结果



(a) 30 kHz 的 TS 值



(b) 100 kHz 的 TS 值

图 9 不同频率下两种算法的目标强度对比

由图 9 可知, 当入射波从正横位置附近入射, 即入射角在 $70^\circ \sim 110^\circ$ 范围内时, 两者的计算结果基本一致。这是由于在正横位置附近肋板和圆柱壳体之间的遮挡效应和二次散射作用很小甚至没有。而当入射角在 $40^\circ \sim 70^\circ$ 和 $110^\circ \sim 140^\circ$ 之间时, 二次散射起主要作用, 因此在 30 kHz 时改进后的计算结果较原板块元计算结果平均要大 3 ~ 5 dB, 而在 100 kHz 时二次散射的作用更加明显, 平均要大 10 dB 左右, 特别是在 45° 和 135° 附近, 两者之差达到最大值, 这一结论和二面角模型的计算结果一致。而当入射角从 40° 变为 10° 或者从 140° 变为 170° 这个过程中, 遮挡效应逐渐增强, 因此修正后的计算结果逐渐接近最终小于原计算结果。接近端面入射时, 遮挡效应起了主要作用, 由于原板块元算法未将被遮挡的板块排除, 因此原结果比修正的结果要大得多。

图 9(a) 中 A_1 和 A_2 两个峰的出现是由于声波入射到周期性肋板产生的散射, 叠加后形成的 Bragg 散射, Bragg 散射在频域上峰值位置的确定条件为: 声程差等于声波波长的整数倍, 具体到本文的模型需要满足下式:

$$2d \cos \beta = p\lambda, \quad (p = 1, 2, 3, \dots) \quad (19)$$

其中 d 为肋板间距 6 cm, β 为入射角, λ 声波波长。

将式 (19) 转化成角度与频率的关系:

$$\cos \beta = \frac{pc_0}{2df}, \quad (p = 1, 2, 3, \dots) \quad (20)$$

取水中声速 $c_0 = 1490$ m, $f = 30$ kHz。当 $p = 1$ 时, $\beta \approx 65.6^\circ$, 对应图 9 中的 A_2 峰; 当 $p = 2$ 时, $\beta \approx 34.1^\circ$, 对应图 9 中的 A_1 峰。当 $p \geq 3$ 时, $\cos \beta > 1$, 因此在频率为 30 kHz 时, 在 $0^\circ \sim 90^\circ$ 范围内, 仅有两个 Bragg 散射引起的峰。同理可求得图 9(b) 中各个峰的准确位置。

3.2.2 非刚硬表面

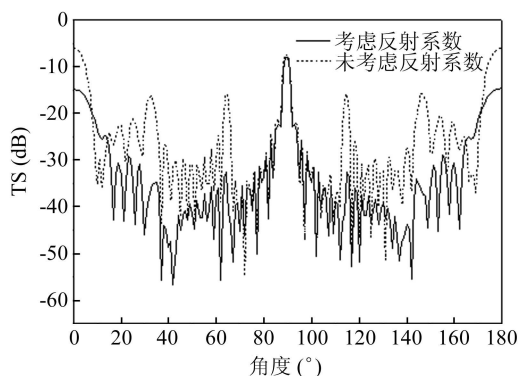
对于内部密封的圆柱壳体, 由于其内部空气阻抗远小于钢板, 可以将圆柱壳视为绝对反射表面。而实际模型为厚度 1 mm 的不锈钢肋板, 两边均为水介质, 将有相当一部分能量穿透肋板, 因此这里将肋板认为“半透明”物体, 判断遮挡时仅考虑圆柱壳体对肋板的遮挡。并且对于肋板上的每个板块须在计算中加入反射系数项, 其中 θ 为入射声线与肋板上每个板块的法线之间的夹角, $V(\theta)$ 由文献 7 中给出。数值计算时首先需要判断该板块是否属于肋板, 如果是肋板上的板块则在计算时需要考虑反射系数项 $V(\theta)$; 否则令反射系数项 $V(\theta) = 1$ 。

用这种方法再次计算了频率分别为 30 kHz 和 100 kHz 时, 模型的目标强度随角度的变化, 并与未

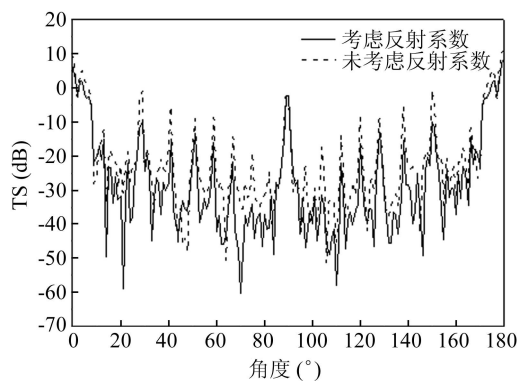
考虑肋板反射系数的修正板块元算法做对比, 结果如图 10 所示。

以上两幅图的相同之处在于: 正横附近 20° 范围内, 两条曲线吻合较好, 这是由于在正横附近肋板对散射声场贡献不大, 肋板的反射系数对结果影响很小。不同之处在于 30 kHz 时, 除正横附近之外, 考虑反射系数的目标强度计算结果比原结果小 5 ~ 10 dB 甚至 10 dB 以上, 二次散射的作用显著减弱; 而 100 kHz 时, 考虑反射系数的目标强度计算结果比原结果减小约 5 dB 以内, 二次散射的作用仍然较明显。

图 11 为水中厚度为 1 mm 的平板在 30 kHz 和 100 kHz 的反射系数随入射角变化曲线。从图中可知 30 kHz 时, 反射系数均在 0.2 以下, 即仅有很少部分



(a) 30 kHz 的 TS 值



(b) 100 kHz 的 TS 值

图 10 考虑和未考虑反射系数的修正板块元算法目标强度对比

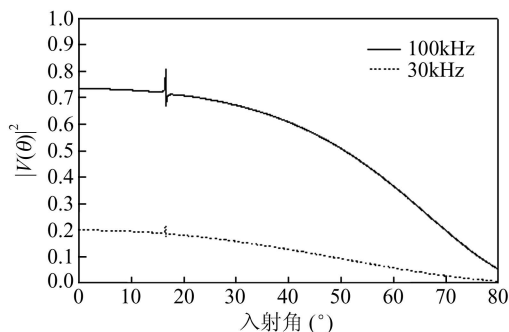


图 11 不同频率时反射系数对比

的能量反射; 而 100 kHz 时反射系数比 30 kHz 时大 3 倍以上。因此反射系数的加入导致在低频时二次散射的作用不明显, 而在高频时二次散射对总的散射声场仍有重要贡献。

3.2.3 水池实验验证

实验的详细介绍见文献 3, 模型材料为不锈钢, 长度 60 cm, 圆柱壳直径 9 cm, 环肋个数、尺寸和间距与上文相同, 厚度均为 1 mm; 为了减弱端面效应, 两端加长度为 30 cm PVC 材料的套管, 换能器的指向性尖锐, 实验布放保证回波不受池壁、池底或者水面回波的影响, 确保了数据的有效性和准确性。将实验中用比较法测得的 125 kHz 的目标强度与考虑透射的板块元和原板块元计算结果对比, 如图 12 所示。

从图 12 可见, 考虑透射后的修正板块元计算结果在大多数角度范围内与实测结果吻合较好。在端面附近由于测量时限幅, 因此没有放在图中做比较。而原板块元程序在除正横附近与实验吻合较好外, 在大部分角度均比实测值小得多。结果表明在 125 kHz

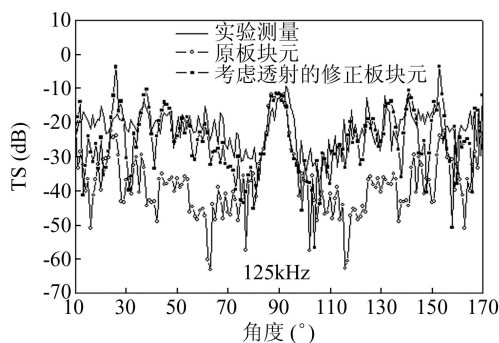


图 12 理论与实验结果对比

斜入射时, 二次散射对反向散射声场有重要贡献。

4 小结

本文对原有的板块元算法进行必要的修正, 以期适应计算存在较多遮挡效应和二次散射的水下目标回波。借鉴了雷达散射截面的计算方法, 结合收发分置算法得到了修正的板块元计算方法。通过计算典型的二面角反射器模型, 验证了修正板块元算法的有效性。建立了加环肋有限长圆柱壳体模型, 通过计算, 直观地显示出不同入射角时, 二次散射和遮挡效应的交替作用。针对薄肋板的情况, 在修正的板块元算法中对肋板上的板块加入反射系数项, 对其目标强度进行计算, 结果表明低频段二次散射的作用不明显, 而在高频段贡献显著。采用修正板块元方法的计算结果与缩比模型实测数据吻合较好。

参 考 文 献

- 1 范军. 水下复杂目标回声特性研究. 上海交通大学, 2001
- 2 范军, 卓琳凯. 水下目标回波特性计算的图形声学方法. 声学学报, 2006; **31**(6): 511—516
- 3 郑国垠, 潘安, 范军, 汤渭霖. 外部加环肋有限长圆柱壳体声散射. 声学学报, 2010; **35**(5): 523—529
- 4 赵维江. 复杂目标雷达截面计算方法研究. 西安电子科技大学, 1999
- 5 郑国垠, 范军. 双基地声纳目标回波特性研究. 2005 年全国水声学学术会议, 2005: 70—74
- 6 Knott E F. RCS reduction of dihedral corners. *IEEE Trans. on AP*, 1977; **AP-25**(5): 406—409
- 7 布列霍夫斯基著, 杨训仁译. 分层介质中的波 (第二版). 1985