

# 利用波导不变性提高声场的水平纵向相关\*

苏晓星<sup>1,2</sup> 张仁和<sup>1</sup> 李风华<sup>1</sup>

(1 中国科学院声学研究所 声场声信息国家重点实验室 北京 100080)

(2 中国科学院研究生院 北京 100080)

2006 年 4 月 21 日收到

**摘要** 简正波干涉可以引起声场的水平纵向相关下降, 从而降低大孔径阵列信号处理的增益。基于声场的波导不变性, 提出了信道中具有一定纵向间隔的两点的频率响应函数之间的线性相位关系。利用该线性相位关系, 提出了一种适用于声源频谱缓变条件下提高声场水平纵向相关的频移补偿方法。浅海声学实验结果表明, 该方法能使实验中水平阵接收信号的空间相关得到显著提高。

PACS 数: 43.30

## Improvement of the longitudinal correlations of acoustical field by using the waveguide invariance

SU Xiaoxing<sup>1,2</sup> ZHANG Renhe<sup>1</sup> LI Fenghua

(1 National Laboratory of Acoustics, Institute of Acoustics, Chinese Academy of Sciences Beijing 100080)

(2 Graduate University of Chinese Academy of Sciences Beijing 100080)

Received Apr. 21, 2006

**Abstract** Normal modes interference can result in longitudinal-correlation decreasing of the acoustical field in ocean waveguides, so it will lead to the gain decreasing of wide-aperture array. Based on the waveguide invariance, the linear phase relationship between the frequency response functions of the two points with certain longitudinal separation in a channel is put forward. With the linear phase relationship, a frequency-shift compensation method is proposed, which can be used to improve the longitudinal correlations of acoustical field. Results from a shallow-water acoustical experiment show that the spatial correlations of the signals received by the horizontal array can be improved significantly by the frequency-shift compensation method.

## 引言

降低声信号频率和增大水声传感器阵列的孔径是提高信噪比增益, 从而增大声呐作用距离的有效途径, 大规模声呐基阵的应用已成为现代声呐一个重要发展趋势。但增大阵列孔径的同时, 声场空间相关的下降必然又引起阵列增益的降低。引起声场空间相关下降的原因有海洋信道不均匀性与简正波干涉<sup>[2]</sup>等, 简正波干涉通常是浅海低频声场水平纵向相关<sup>[3,4]</sup>下降的主要因素。文献 3 和文献 4 分别报道了在不同的浅海声学实验中, 水平阵接收信号的空间相关随阵元间纵向间隔的增大而明显下降的现象, 并分析得出皆由简正波干涉引起。因此, 研究如

何抑制简正波干涉引起的声场水平纵向相关下降, 对今后大尺度水平阵的应用有重要意义。

最早由俄罗斯的一些水声学家<sup>[5,6]</sup>发现, 海洋声场具有稳定的距离 - 频率干涉结构, 由此提出了波导不变性的概念, 并成为近年来海洋声学界的一个研究热点<sup>[7]</sup>。本文利用声场的波导不变性, 提出了一种适用于声源频谱缓变条件下提高声场水平纵向相关的频移补偿方法, 并获得了满意的实验结果。

## 1 波导不变性

波导不变性概念通过一个标量 - 波导不变量(通常用  $\beta$  表示)来集中描写声场的距离 - 频率干涉结构。声场中由于简正波干涉, 声强的距离 - 频率图中

\* 国家自然科学基金资助项目 (10234050)

将出现明暗相间的干涉条纹，波导不变量  $\beta$  反映了图中干涉条纹的斜率。若  $H(\omega, r)$  表示距离为  $r$  时信道的频率响应函数，其中  $\omega$  表示信号的角频率，则当  $\Delta r \ll r$ ，近似有：

$$\left| H\left[\omega\left(1+\beta\frac{\Delta r}{r}\right), r+\Delta r\right] \right|^2 \approx |H(\omega, r)|^2. \quad (1)$$

文献 7 中有公式 (1) 的详细推导与讨论。我们在第 2 节中将通过理论分析得到， $H\{\omega[1+\beta(\Delta r/r)], r+\Delta r\}$  与  $H(\omega, r)$  之间存在确定的线性相位关系。利用该线性相位关系，我们在第 3 节中给出声源频谱缓变条件下提高声场水平纵向相关的频移补偿方法。

## 2 信道频率响应函数的线性相位关系

对于点源声场，由简正波理论<sup>[8]</sup> 可得：

$$H(\omega, r) = \sum_l A_l(\omega, r) e^{i\mu_l r} = e^{i\mu_m r} \sum_l A_l(\omega, r) e^{i(\mu_l - \mu_m)r}, \quad (2)$$

其中：

$$A_l(\omega, r) = \sqrt{\frac{8\pi}{r}} \psi_l(\omega, z_s) \psi_l(\omega, z_r) \sqrt{\mu_l(\omega)} e^{-\beta_l(\omega)r + i\frac{\pi}{4}}. \quad (3)$$

在式 (2) 与式 (3) 中， $\mu_l$ 、 $\beta_l$  和  $\psi_l$  分别为第  $l$  号简正波的本征值、衰减系数和本征函数， $\mu_m$  是某号主要简正波的本征值。当满足  $\Delta r \ll r$  与  $\Delta\omega \ll \omega$  时，有：

$$\begin{aligned} \mu_m(\omega + \Delta\omega)(r + \Delta r) &\approx \mu_m(\omega)r + \dot{\mu}_m(\omega)(\Delta\omega)r + \\ &\quad \mu_m(\omega)\Delta r + \dot{\mu}_m(\omega)(\Delta\omega)(\Delta r), \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} [\mu_l(\omega + \Delta\omega) - \mu_m(\omega + \Delta\omega)](r + \Delta r) &\approx \\ [\mu_l(\omega) - \mu_m(\omega)]r + [\dot{\mu}_l(\omega) - \dot{\mu}_m(\omega)](\Delta\omega)r + & \quad (5) \\ [\mu_l(\omega) - \mu_m(\omega)](\Delta r) + [\dot{\mu}_l(\omega) - \dot{\mu}_m(\omega)](\Delta\omega)(\Delta r), & \end{aligned}$$

其中  $\dot{\mu}_l(\omega) = [d\mu_l(\omega)]/d\omega$ 。另外，当满足  $\Delta r \ll r$  与  $\Delta\omega \ll \omega$  时，一般有：

$$A_l(\omega + \Delta\omega, r + \Delta r) \approx A_l(\omega, r), \quad (6)$$

于是得到：

$$\begin{aligned} H(\omega + \Delta\omega, r + \Delta r) &\approx \\ \exp\{i[\dot{\mu}_m(\omega)(\Delta\omega)r + \mu_m(\omega)(\Delta r) + \dot{\mu}_m(\omega)(\Delta\omega)(\Delta r)]\} & \\ e^{i\mu_m r} \sum_l A_l(\omega, r) \exp\{i[(\mu_l(\omega) - \mu_m(\omega))r + & \\ (\dot{\mu}_l(\omega) - \dot{\mu}_m(\omega))(\Delta\omega)r + (\mu_l(\omega) - \mu_m(\omega))(\Delta r) + & \\ (\dot{\mu}_l(\omega) - \dot{\mu}_m(\omega))(\Delta\omega)(\Delta r)]\}. & \end{aligned} \quad (7)$$

根据波导不变量定义<sup>[7]</sup>，我们近似有：

$$\beta_{lm}(\omega) = -\frac{\frac{1}{v_l^p(\omega)} - \frac{1}{v_m^p(\omega)}}{\frac{1}{v_l^g(\omega)} - \frac{1}{v_m^g(\omega)}} \approx \beta, \quad (8)$$

其中  $v_l^p(\omega)$  与  $v_l^g(\omega)$  分别为第  $l$  号简正波的相速度与群速度，

$$v_l^p(\omega) = \frac{\omega}{\mu_l(\omega)}, \quad (9)$$

$$v_l^g(\omega) \approx \frac{1}{\mu_l(\omega)}. \quad (10)$$

如果  $\Delta\omega$  和  $\Delta r$  满足如下关系：

$$[\dot{\mu}_l(\omega) - \dot{\mu}_m(\omega)][(\Delta\omega)r + [\mu_l(\omega) - \mu_m(\omega)]\Delta r] = 0, \quad (11)$$

即：

$$\frac{\Delta\omega}{\Delta r} = \beta_{lm} \frac{\omega}{r} \approx \beta \frac{\omega}{r}, \quad (12)$$

则有：

$$(\dot{\mu}_l - \dot{\mu}_m)(\Delta\omega)(\Delta r) = -(\mu_l - \mu_m) \frac{(\Delta r)^2}{r}. \quad (13)$$

如果我们假定：

$$|\dot{\mu}_l - \dot{\mu}_m| \frac{(\Delta r)^2}{r} \ll 1, \quad (14)$$

且满足公式 (11)，则公式 (7) 可以表示为：

$$H\left[\omega\left(1+\beta\frac{\Delta r}{r}\right), r+\Delta r\right] \approx \exp\{i[\dot{\mu}_m(\omega)(\Delta\omega)r + \mu_m(\omega)(\Delta r) + \dot{\mu}_m(\omega)(\Delta\omega)(\Delta r)]\} H(\omega, r). \quad (15)$$

将公式 (12) 代入 (15) 可得：

$$H\left[\omega\left(1+\beta\frac{\Delta r}{r}\right), r+\Delta r\right] \approx \exp[i\omega\tau(\Delta r)] H(\omega, r), \quad (16)$$

其中：

$$\begin{aligned} \tau(\Delta r) &= \beta \dot{\mu}_m(\omega)(\Delta r) \left(1 + \frac{\Delta r}{r}\right) + \frac{\mu_m(\omega)}{\omega} (\Delta r) = \\ &\quad \frac{\beta(\Delta r)}{v_m^g} \left(1 + \frac{\Delta r}{r}\right) + \frac{\Delta r}{v_m^p}. \end{aligned} \quad (17)$$

数值计算研究表明，一般情况下  $\tau$  随角频率  $\omega$  的变化很小，因此可近似看作仅与  $\Delta r$  有关。公式 (16) 即为  $H\{\omega[1+\beta(\Delta r/r)], r+\Delta r\}$  与  $H(\omega, r)$  之间的线性相位关系。

## 3 提高声场水平纵向相关的频移补偿方法

设声源的频谱为  $S(\omega)$ ，对于点源声场，当收发距离为  $r$  时，声信号的频谱为：

$$P(\omega, r) = S(\omega) H(\omega, r). \quad (18)$$

当  $\Delta r \ll r$ ，一般有  $\beta(\Delta r/r) \ll 1$ ，假设声源频谱  $S(\omega)$  随角频率  $\omega$  缓变，则有：

$$S\left[\omega\left(1+\beta\frac{\Delta r}{r}\right)\right] \approx S(\omega). \quad (19)$$

由式(16)、式(18)以及式(19)可得:

$$P\left[\omega\left(1+\beta\frac{\Delta r}{r}\right), r+\Delta r\right] \approx \exp[i\omega\tau(\Delta r)]P(\omega, r). \quad (20)$$

对于分别在距离  $r+\Delta r$  与  $r$  接收到的声信号, 相关系数定义为:

$$\rho_0 = \max_{\Delta t} \frac{\int_{-\infty}^{\infty} p_2(t)p_1(t-\Delta t)dt}{\sqrt{\int_{-\infty}^{\infty} p_2^2(t)dt \int_{-\infty}^{\infty} p_1^2(t)dt}}, \quad (21)$$

其中:

$$p_1(t) = 2\operatorname{Re}\left[\int_{\omega_1}^{\omega_2} P(\omega, r)e^{i\omega t}d\omega\right], \quad (22)$$

$$p_2(t) = 2\operatorname{Re}\left[\int_{\omega_1}^{\omega_2} P(\omega, r+\Delta r)e^{i\omega t}d\omega\right]. \quad (23)$$

由于简正波干涉, 当纵向间隔  $\Delta r$  达到一定值时,  $\rho_0$  可能明显小于 1<sup>[3,4]</sup>。为解决相关系数  $\rho_0$  下降的

问题, 将在  $r+\Delta r$  处接收到的声信号的频谱  $P(\omega, r+\Delta r)$  进行频移变为  $P\{\omega[1+\beta(\Delta r/r)], r+\Delta r\}$ , 由此得到信号:

$$p_3(t) = 2\operatorname{Re}\left[\left\{\int_{\omega_1}^{\omega_2} P\left[\omega\left(1+\beta\frac{\Delta r}{r}\right), r+\Delta r\right]e^{i\omega t}d\omega\right\}\right]. \quad (24)$$

信号  $p_3(t)$  与  $p_1(t)$  的相关系数为:

$$\rho_1 = \max_{\Delta t} \frac{\int_{-\infty}^{\infty} p_3(t)p_1(t-\Delta t)dt}{\sqrt{\int_{-\infty}^{\infty} p_3^2(t)dt \int_{-\infty}^{\infty} p_1^2(t)dt}}, \quad (25)$$

将公式(25)变换到频域, 得到:

$$\rho_1 = \max_{\Delta t} \rho(\Delta r, \Delta t), \quad (26)$$

其中:

$$\rho(\Delta r, \Delta t) = \frac{\operatorname{Re}\left\{\int_{\omega_1}^{\omega_2} P\left[\omega\left(1+\beta\frac{\Delta r}{r}\right), r+\Delta r\right]P^*(\omega, r)e^{-i\omega\Delta t}d\omega\right\}}{\sqrt{\int_{\omega_1}^{\omega_2} \left|P\left[\omega\left(1+\beta\frac{\Delta r}{r}\right), r+\Delta r\right]\right|^2 d\omega \int_{\omega_1}^{\omega_2} |P(\omega, r)|^2 d\omega}}. \quad (27)$$

当声源频谱缓变, 满足公式(19), 将公式(20)代入(27), 得到:

$$\rho(\Delta r, \Delta t) \approx \frac{\operatorname{Re}\left\{\int_{\omega_1}^{\omega_2} |P(\omega, r)|^2 \exp[i\omega(\tau(\Delta r)-\Delta t)]d\omega\right\}}{\int_{\omega_1}^{\omega_2} |P(\omega, r)|^2 d\omega}. \quad (28)$$

从公式(28)可以看出, 当延时  $\Delta t$  取为  $\tau(\Delta r)$  时, 我们近似有:

$$\max_{\Delta t} \rho(\Delta r, \Delta t) = \rho(\Delta r, \tau(\Delta r)) \approx 1. \quad (29)$$

最终我们得到, 声信号  $p_3(t)$  与  $p_1(t)$  之间的相关系数  $\rho_1$  近似为 1, 并且两者之间具有公式(17)所示的时延。

文所要求的频谱缓变条件。实验采用布放于海底的水平阵来接收信号, 水平阵在声传播方向的投影长度为 131.90 m。

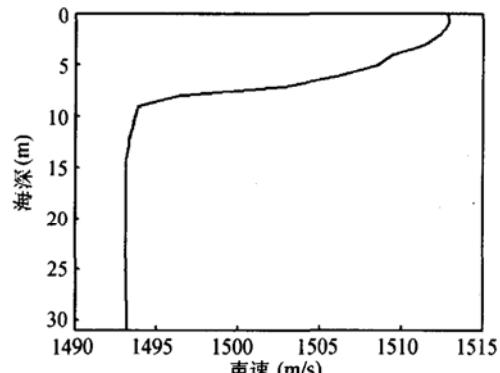


图 1 实验海区的声速剖面

## 4 实验结果与讨论

为了检验本文提出的提高声场水平纵向相关的频移补偿方法, 我们于2005年6月进行了一次浅海声学实验。实验海区声速剖面如图1所示, 实验海区的海底模型如图2所示, 图2中各参数为:  $C_1 = 1560 \text{ m/s}$ ,  $C_2 = 1600 \text{ m/s}$ ,  $C_3 = 1660 \text{ m/s}$ ;  $\rho_1 = 1.8 \text{ g/cm}^3$ ,  $\rho_2 = 2.0 \text{ g/cm}^3$ ;  $\alpha_1 = 0.1 \text{ dB}/\lambda$ ,  $\alpha_2 = 0.1 \text{ dB}/\lambda$ ;  $H = 10 \text{ m}$ 。本实验在距接收器约 5.11 km, 激发了 3 枚标称深度为 15 m 的灯泡声源, 这种声源满足上

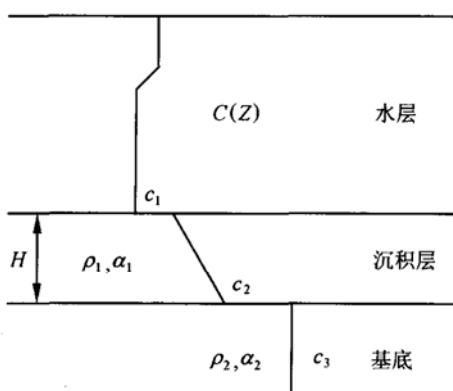


图 2 实验海区的海底模型

图 3(a) 和图 3(b) 分别给出了纵向间隔 131.90 m 的两个声信号  $p_1(t)$  与  $p_2(t)$  的波形, 声信号频率范围为 100~150 Hz, 声信号  $p_1(t)$  与  $p_2(t)$  的相关系数约为 0.46。将声信号  $p_2(t)$  按公式(24)变换为声信号  $p_3(t)$ ,  $p_3(t)$  的波形如图 3(c) 所示, 其中波导不变量  $\beta=1.55$ 。图 4(a)、图 4(b) 以及 4(c) 分别给出了  $p_1(t)$  的自相关曲线、 $p_2(t)$  与  $p_1(t)$  的互相关曲线以及  $p_3(t)$  与  $p_1(t)$  的互相关曲线, 从图 4 可以看出, 经过频移补偿后具有纵向间隔 131.90 m 的两个声信号的相关系数从明显小于 1(约为 0.46) 提高到接近于 1(约为 0.97)。在将声信号  $p_2(t)$  变换为声信号  $p_3(t)$  时, 波导不变量  $\beta$  的值事先未知, 我们采取的方法是将  $\beta$  值设定在一定范围内搜索, 最终选定的  $\beta$  值能使声信号  $p_3(t)$  与  $p_1(t)$  的相关系数达到最大。图 5 给出了声信号  $p_3(t)$  与  $p_1(t)$  的相关系数随波导不变量  $\beta$  取值的变化, 其中  $\beta$  在 0~3 范围内连续取值, 当  $\beta=1.55$  时相关系数达到最大值 0.97。同样利用这种搜索方法, 可得波导不变量在 75~125 Hz、150~200 Hz、200~250 Hz 三个频段的值分别为 1.83,

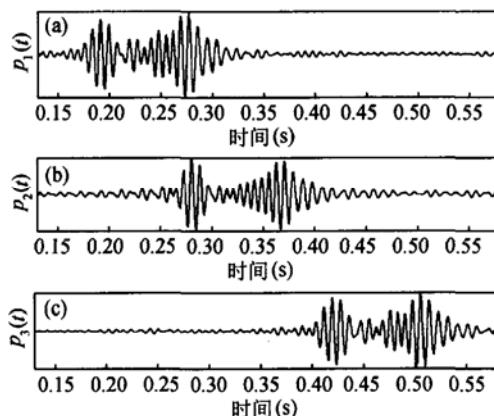


图 3 频率为 100~150 Hz 的三个声信号  $p_1(t)$ 、 $p_2(t)$  以及  $p_3(t)$  的波形

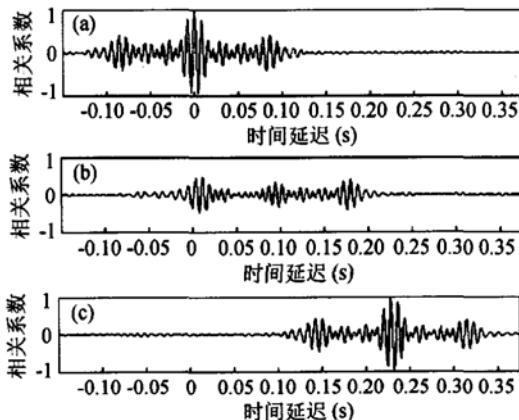


图 4 (a) 频率为 100~150 Hz 的声信号  $p_1(t)$  的自相关曲线,  
(b) 频率为 100~150 Hz 的声信号  $p_2(t)$  与  $p_1(t)$  的互相关曲线,  
(c) 频率为 100~150 Hz 的声信号  $p_3(t)$  与  $p_1(t)$  的互相关曲线

1.52, 1.43。

图 6(a)~6(d) 分别给出了频率为 75~125 Hz、100~150 Hz、150~200 Hz 与 200~250 Hz 的声信号的水平纵向相关系数在经过频移补偿前后的比较。图中空的圆圈是根据实验数据按公式(21)计算得到的相关系数的均值, 星号表示根据公式(25)计算得到的相关系数的均值, 垂直短线表示对多个信号统计得到的相关系数的方差, 从图 6 可以看出, 经过频移补偿后水平阵接收信号在各个频段的空间相关有显著提高。

表 1 给出了频率为 100~150 Hz 的声信号  $p_3(t)$  与  $p_1(t)$  之间的时延的实验测量值与理论公式(17)的计算值的比较。利用公式(17)进行理论计算需要简正波的相速和群速值, 根据本海区的声速剖面及海底参数, 由 Kraken 程序算得该频段中心频率 125 Hz 的第 1 号简正波的相速与群速分别为:  $v_1^p=1510.94 \text{ m/s}$ ,  $v_1^g=1484.44 \text{ m/s}$ 。根据  $v_1^p$  与  $v_1^g$  的值以及该频段波导不变量  $\beta$  的值 1.55, 可计算得到表 1 中不同纵向间隔对应的时延的理论值。表 1 中不同纵向间隔对应的时延的测量值与理论值的误差都很小, 都在  $10^{-4} \text{ s}$  量级。因此, 利用公式(17)能精确预测声信号  $p_3(t)$  与  $p_1(t)$  之间的时延。

表 1 频率为 100~150 Hz 的声信号  $p_3(t)$  与  $p_1(t)$  之间时延的测量值与理论值的比较

纵向间隔 (m)	时延 (s)				
	71.51	86.70	102.63	117.45	131.90
信号 1	0.1238	0.1500	0.1778	0.2035	0.2288
信号 2	0.1235	0.1498	0.1773	0.2033	0.2283
信号 3	0.1238	0.1500	0.1778	0.2035	0.2288
平均值	0.1237	0.1499	0.1776	0.2034	0.2286
理论值	0.1230	0.1495	0.1773	0.2032	0.2286

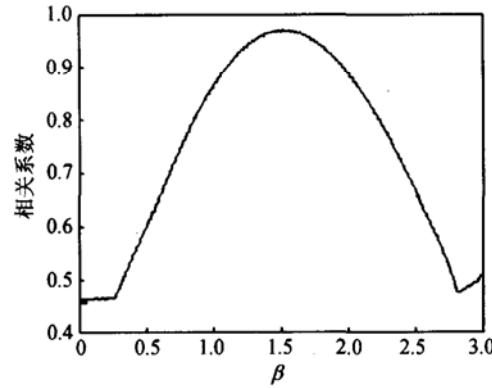


图 5 频率为 100~150 Hz 的声信号  $p_3(t)$  与  $p_1(t)$  的相关系数随波导不变量  $\beta$  取值的变化

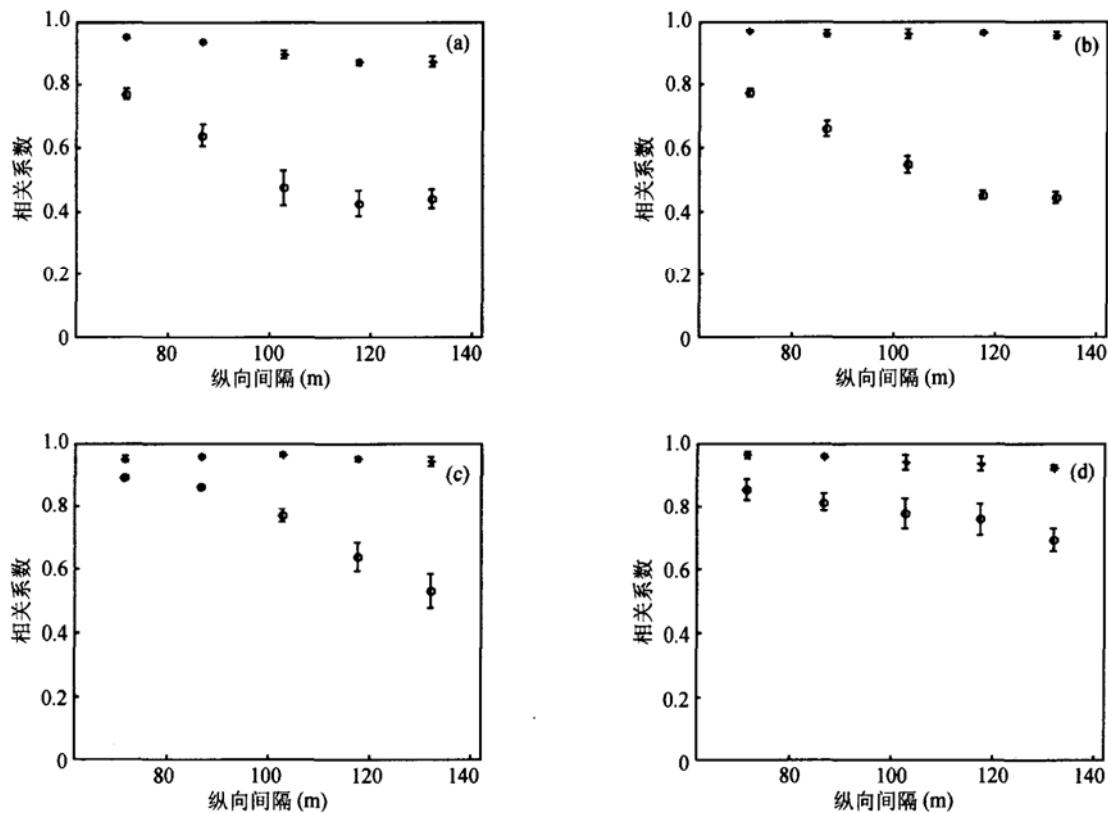


图 6 频率为 (a)75~125 Hz, (b)100~150 Hz, (c)150~200 Hz 以及 (d)200~250 Hz 的声信号的水平纵向相关系数在经过频移补偿前后的比较

## 5 结论

对于浅海信道中具有一定纵向间隔的两点的频率响应函数，两者之间具有本文推导所得的线性相位关系。利用该线性相位关系，本文提出并实验验证了一种提高声场水平纵向相关的频移补偿方法，该方法有望被用于在多途信道中提高大尺度水平阵的阵列处理增益。

## 参 考 文 献

- [1] Gorodetskaya E Y, Malekhanov A I, Sazontov A G et al. Deep-water acoustic coherence at long ranges: theoretical prediction and effects on large-array signal. *IEEE J. Oceanic Engineering*, 1999; **24**(2): 156—171
- [2] Wang Qin, ZHANG Renhe. Sound spatial correlations in shallow water. *J. Acoust. Soc. Am.*, 1992; **92**(2): 932—936
- [3] 苏晓星, 李风华. 负跃层浅海声场的水平纵向相关特性. 中国声学学会 2005 年青年声学学术会议增刊, 声学技术, 2005 年增刊: 255—257
- [4] 李秀林, 倪明, 李整林等. 基于光纤水听器的声场水平相关性研究. 应用声学, 2005; **24**(1): 11—14
- [5] Gershman S G, Tuzhilkin Yu I. Interference of wide band noise signals. *Sov. Phys. Acoust.*, 1965; **11**(1): 34—41
- [6] Chuprov S D, Mal'tsev N E. An invariant of the spatial-frequency interference pattern of the acoustic field in a layered ocean. *Doklady Akademii Nauk SSSR (Proc. of the Russian Academy of Sciences)*, 1981; **257**: 474—479
- [7] Kuperman W A, D'Spain G L. Ocean acoustic interference phenomena and signal processing. (AIP Conference Proceedings 621), New York: Springer, 2002
- [8] 张仁和, 李风华. 浅海声传播的波束位移射线简正波理论. 中国科学, 1999; **29**(3): 241—251