

## 滚动轴承噪声的扩展不确定度评价\*

夏新涛 王中宇<sup>1</sup> 孙立明<sup>2</sup> 赵联春<sup>3</sup> 刘雪峰<sup>3</sup>

(河南科技大学 河南洛阳 471003)

(1 北京航空航天大学 北京 100083)

(2 洛阳轴承研究所 河南洛阳 471039)

(3 人本集团有限公司 杭州 310022)

2002 年 4 月 18 日收到

2002 年 6 月 13 日定稿

**摘要** 以模糊集合理论为基础,提出了一种评价滚动轴承噪声扩展不确定度的方法。这种方法属于非统计理论范畴,允许轴承噪声的测量数据少和概率分布未知,不需要计算标准差和包含因子,直接求出扩展不确定度,可以通过少量的测量数据来估计大批量生产的轴承的噪声期望值和期望值的分布区间。实验研究表明,和传统的统计方法相比,这种方法的估计误差比较小。

PACS 数: 43.85, 43.45

### Estimation of expanded uncertainty of rolling bearing noise

XIA Xintao WANG Zhongyu<sup>1</sup> SUN Liming<sup>2</sup> ZHAO Lianchun<sup>3</sup> LIU Xuefeng<sup>3</sup>

(Henan University of Science & Technology Luoyang 471003)

(1 Beihang University Beijing 100083)

(2 Luoyang Bearing Research Institute Luoyang 471039)

(3 C & U Group Co., LDT Hangzhou 310022)

Received Apr. 18, 2002

Revised Jun. 13, 2002

**Abstract** A method using fuzzy-set theory to characterize the expanded uncertainty of the rolling bearing noise is proposed. The method pertaining to the category of non-statistical theory permits the expanded uncertainty being estimated directly under the conditions that the number of the measurement of rolling bearings is small and the probability distribution unknown without calculating the standard deviation and the coverage factor. The expected value and its distribution interval of the noises of volume-production bearings can be estimated by few data measured. The experimental research on the 6201 bearing shows the error of estimation using the method proposed is smaller than the error of estimation using traditional statistics.

### 引言

在滚动轴承噪声的研究中,一般通过控制振动速度和加速度来间接控制轴承产品的噪声<sup>[1-3]</sup>。随着超静音机械技术的迅速发展及其产品的不断涌现,工作主机对轴承的低噪声指标要求越来越高,人们

开始重视研究噪声的直接控制问题<sup>[3,4,9]</sup>。

控制的基础是测量。在测量轴承噪声声压级时,为了确保测量精度,要求有标准的消声室、高质量的驱动装置和测量仪器<sup>[5]</sup>。测量费用昂贵,不能像轴承振动那样可以百分之百地测量。为此,需要随机抽样,通过抽样样本的数据来评价一批轴承的噪声质

\* 国家自然科学基金(59805007),河南省杰出青年基金(2001-2005)及机械工业部机械工业技术发展基金(97JA0803)资助项目

量。数理统计要求样本数量和对任一个样本的测量次数要多, 应当有统计性, 还要求测量数据的概率分布为已知。但是, 为了降低测量成本, 一般样本个数和测量次数越少越好。另外, 关于轴承噪声声压级的概率分布问题的研究资料并不多见。因此, 如何有效地通过很少的样本和对样本进行很少次数的测量, 在概率分布未知的条件下评价轴承的噪声质量问题就倍受关注。

这实际上是一个轴承噪声声压级的扩展不确定度问题, 属于非统计理论范畴。本文将结合具体的实验研究, 使用模糊集合理论解决这个问题, 为轴承噪声研究奠定测量分析基础。在研究中, 用扩展不确定度和真值来描述一套轴承的噪声数据, 用分布区间和期望值来描述一批轴承的噪声数据。

## 1 实验数据及其初步分析

图 1 是噪声测量的示意图, 轴承内圈随主轴转动, 在轴承外圈一端施加轴向负荷, 保持外圈不转动。本文按照日本 JIS 滚动轴承噪声的测量标准, 使用高质量的传声器作传感器, 在规定的背景噪声下, 以一定的距离和方向提取轴承噪声的信号, 然后用噪声分析仪器计算噪声声压级。为了准确地评价一套轴承的噪声值, 应当正反两面测量。一面按要求测量 3 次, 得到 3 个测量数据, 再将轴承翻面测量, 又得到 3 个测量数据。这样, 共有 6 个噪声测量数据。根据这 6 个数据, 可以估计出这套轴承噪声的真值  $\zeta_0$  及其扩展不确定度  $U^*$ 。

有一批稳定生产的 6201 电机轴承, 从中随机抽取 6 套, 进行噪声分析, 测量数据如表 1 所示。

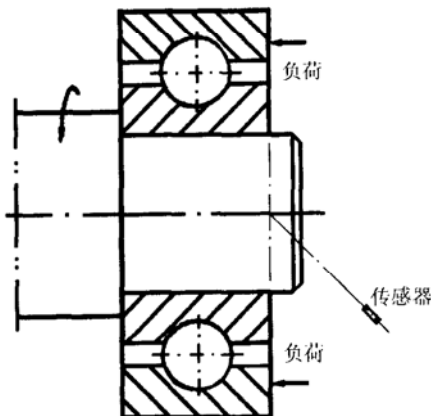


图 1 噪声测量

每一套轴承的 6 个测量数据都可以构成一个数据列:

$$\zeta_1, \zeta_2, \zeta_3, \dots, \zeta_i, \dots, \zeta_n, \quad i=1, 2, \dots, n; \quad n=6 \quad (1)$$

式中,  $i$  是数据列序号。

表 1 实验数据 (单位为 dB)

轴承 序号	测量序号					
	1	2	3	4	5	6
1	27	26	26.5	27	27	27
2	28	28	27.5	27.5	27.5	27.5
3	26.5	26	26.5	26.5	26	26
4	27	26.5	27.5	26	26	26.5
5	25.5	26	26	27	27	27
6	27.5	26.5	26.5	27.5	27.5	28

由表 1 可知, 声压级测量本身的读数误差使测量数据的有效位数很少; 同时, 一般不知道这些种类数据的概率分布函数并且数据的个数比较少。由于传统的数理统计理论要求数据的概率分布已知和大量的数据个数<sup>[6]</sup>, 因此, 不宜用统计方法处理。为此, 可以运用模糊集合理论<sup>[7]</sup> 分析这些种类的数据。

为了寻求任何数据的某种规律性, 文献 7 提出了线性估计法 (Linear estimation method)。对于任何数据列  $\zeta_i (i=1, 2, 3, \dots, n)$ , 从小到大排序, 可以形成一个新数据列:

$$\zeta_\tau^* \leq \zeta_{\tau+1}^*, \quad \tau = 1, 2, 3, \dots, n-1 \quad (2)$$

将实际数据列  $\zeta_\tau^*$  和标准分布 (例如: 正态分布、瑞利分布和均匀分布等) 数据列进行比较, 可以判断数据列  $\zeta_\tau$  和标准分布的接近程度。经过大量的计算和分析可以看出, 大多数实际数据列和标准分布数据列是不同的, 因此, 在数据分析时, 不宜使用常规的统计方法, 而应使用非统计方法。

## 2 一套轴承噪声的真值及其扩展不确定度估计

模糊数学是用隶属函数研究具有模糊性的事物从真到假或从假到真两个极端中间过渡的规律性。在测量过程中, 被测量的真值 (设为  $\zeta_0$ ) 总是客观地唯一存在的, 可以定义集合:

$$A = \{\zeta_0\}. \quad (3)$$

一般而言, 真值  $\zeta_0$  是未知的。根据图 2, 用隶属函数  $\mu(\zeta) = 1$  时的  $\zeta$  值  $\zeta_\beta$  来估计  $\zeta_0$ , 即用最大隶属度准则:

$$\zeta_0 \approx \zeta |_{\mu(\zeta)=1} = \zeta_\beta. \quad (4)$$

对精确数学而言, 实际测量值  $\zeta_\tau (\tau = 1, 2, \dots, n)$  和  $A$  满足下列关于二值逻辑的特征函数:

$$G_A(\zeta) = \begin{cases} 1 \text{ (真)} & \zeta_\tau \in A \\ 0 \text{ (假)} & \zeta_\tau \notin A \end{cases} \quad (5)$$

即  $\zeta_\tau$ , 要么属于  $A$ , 要么不属于  $A$ , 不存在第三种情况。在模糊数学中,  $\zeta_\tau$  对  $A$  的属于关系可以认为有一种过渡, 过渡区间为  $B$ , 用下列隶属函数  $\mu(\zeta)$  描述, 见图 2。

$$\mu(\zeta) = \begin{cases} \mu_1(\zeta), & \zeta \leq \zeta_0 \\ \mu_2(\zeta), & \zeta \geq \zeta_0 \end{cases}$$

式中,  $\mu_1(\zeta) \in [0, 1], \mu_2(\zeta) \in [0, 1]$ 。

隶属函数  $\mu_1(\zeta)$  和  $\mu_2(\zeta)$  按下述方法求得:

定义

$$\Delta_\tau = \zeta_{\tau+1}^* - \zeta_\tau^* \geq 0, \quad \tau = 1, 2, \dots, n-1 \quad (7)$$

可以使用线性隶属函数  $\theta_\tau$  表征数据的分布规律:

$$\theta_\tau = 1 - (\Delta_\tau - \Delta_{\min}) / \Delta_{\max}, \quad (8)$$

式中:

$$\Delta_{\max} = \max \Delta_\tau, \Delta_{\min} = \min \Delta_\tau; \tau = 1, 2, \dots, n-1 \quad (9)$$

令:

$$p_{1\tau}(\zeta_\tau^*) = \theta_\tau, \quad \tau = 1, 2, \dots, \beta \quad (10)$$

$$p_{2\tau}(\zeta_\tau^*) = \theta_\tau, \quad \tau = \beta, \beta + 1, \dots, n \quad (11)$$

式中,  $\beta$ : 对应最大  $\theta_\tau$  值的  $\tau$ 。

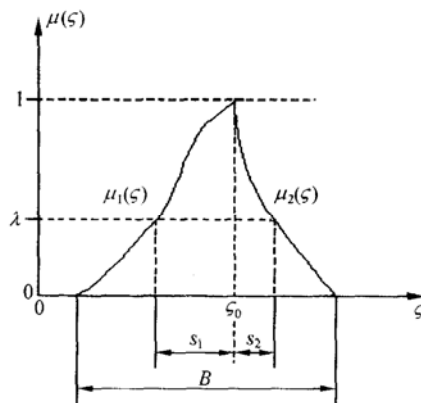


图 2 隶属函数  $\mu(\zeta)$

将离散值  $p_{1\tau}(\zeta_\tau^*)$  和  $p_{2\tau}(\zeta_\tau^*)$  线性映射到区间  $[0, 1]$  中, 可以得到  $\zeta_\tau$  的离散隶属度值  $\mu_{1\tau}(\zeta_\tau)$  和  $\mu_{2\tau}(\zeta_\tau)$ , 然后用最大模范数最小法<sup>[3]</sup> 可以求出连续隶属函数  $\mu_1(\zeta)$  和  $\mu_2(\zeta)$ 。

$\mu(\zeta)$  描述了测量值  $\zeta_\tau$  符合集合  $A$  的程度。若取  $\lambda \in [0, 1]$  为  $\lambda$  水平, 相应  $\zeta$  轴上在  $\zeta_0$  两侧有区间  $s_1, s_2$ , 则  $\zeta$  属于  $A$  的区间为:

$$U = s_1 + s_2. \quad (12)$$

此时的  $\mu(\zeta)$  值  $\mu_A(\zeta) = \lambda^*$  称为  $\zeta$  对  $A$  的隶属度。在模糊数学意义上,  $\lambda^*$  划定了事物从一个极端转变为另一个极端的界限。实际上  $\lambda^*$  也可看作一个模糊数, 而模糊数为 0.5 时最具模糊性, 即亦真亦假。当  $\lambda \geq 0.5$  时, 就意味着  $A$  中包含了绝大多数可用的  $\zeta$ 。因此, 在理论上可将  $\lambda^*$  确定为 0.5。

在测量值  $\zeta_\tau$  中, 若给定  $\lambda = \lambda^*$ , 则  $U = U^*$  唯一确定。即测量值  $\zeta_\tau$  相对真值  $\zeta_0$  的分散范围为  $U^*$ 。区间  $B$  称为模糊区间,  $\lambda^*$  为最优水平,  $U^*$  称为  $\lambda^*$  水平下的可用模糊区间。于是有下列特征函数

$$G_{A\lambda} = \begin{cases} 1 \text{ (真)}, & \mu_A(\zeta) \geq \lambda^* \\ 0 \text{ (假)}, & \mu_A(\zeta) < \lambda^* \end{cases} \quad (13)$$

式 (13) 表明: 凡落在区间  $U^*$  中的  $\zeta$  值都是可用的 (为真), 否则不可用 (为假)。可以用  $U^*$  来表征测量值的扩展不确定度。借助  $U^*$  和  $\zeta_0$  可以对研究对象  $\zeta_\tau$  作出最后估计:

$$\zeta = [\zeta_0 - s_1, \zeta_0 + s_2], \quad (14)$$

式中,

$s_1$ : 关于  $\zeta_0$  的上区间值, dB;

$s_2$ : 关于  $\zeta_0$  的下区间值, dB;

$\zeta$ : 测量值的分布区间, dB。

将表 1 测量值带入上述公式, 可以估计出每一套轴承噪声的扩展不确定度参数, 如表 2 所示。

表 2 参数的估计结果 (单位为 dB)

估计结果	轴承序号					
	1	2	3	4	5	6
$U^*$	0.152	0.5	1.307	0.954	1	2.25
$s_1$	0.152	0	0.307	0	1	1.5
$s_2$	0	0.5	1	0.954	0	0.75
$\zeta_0$	27	27.5	26	26	27	27.5

### 3 一批轴承噪声的期望值及其分布区间估计

根据表 2 中 6 套轴承的数据, 可以估计出本批轴承噪声的分布区间。

计算方法是: 将  $U^*$  和  $\zeta_0$  看作两个数据序列, 借用式 (2) - (14), 仿照计算  $U^*, \zeta_0, s_1$  和  $s_2$  的方法, 分别计算出表 2 中  $U^*$  和  $\zeta_0$  的分布区间以及期望值。为了避免和  $U^*, \zeta_0, s_1$  以及  $s_2$  等符号重复,

下面用  $d, d_0, s_{dl}$  和  $s_{du}$  分别表示表 2 中  $U^*$  的分布区间、期望值、上区间值和下区间值, 用  $e, e_0, s_{el}$  和  $s_{eu}$  表示表 2 中  $\zeta_0$  的分布区间、期望值、上区间值和下区间值。经过计算, 可以得到:

$$d = [d_0 - s_{dl}, d_0 + s_{du}] = [0.954 - 1.2, 0.954 + 1.108], \quad (15)$$

$$e = [e_0 - s_{el}, e_0 + s_{eu}] = [27 - 1.5, 27 + 1.135]. \quad (16)$$

用区间数运算规则, 可以估计本批轴承噪声的期望值及其分布区间:

$$c = d + e = [c_0 - s_{cl}, c_0 + s_{cu}], \quad (17)$$

$$\begin{cases} c_0 = d_0 + e_0 = 27.954, \\ s_{cl} = s_{dl} + s_{el} = 2.7, \\ s_{cu} = s_{du} + s_{eu} = 2.243. \end{cases} \quad (18)$$

式中,

$c$ : 本批轴承噪声的分布区间, dB;

$c_0$ : 本批轴承噪声的最大隶属度值, 即期望值,

dB;

$s_{eu}$ : 本批轴承噪声的上区间值, dB;

$s_{el}$ : 本批轴承噪声的下区间值, dB。

根据对抽样数据的计算结果, 可以预测本批轴承噪声的期望值约为 27.954 dB, 其分布区间为 [25.254, 30.197]dB。

为了验证所估计的分布区间的正确性, 从本批轴承中分两次 (每次 15 套) 随机抽取共 30 套, 测量噪声, 具体数据如图 3 所示。可以看出, 这 30 套轴承噪声的实际分布区间为 [26.5, 31.5]dB, 只有一套轴承 (序号为 13) 的声压级超出了所估计的分布区间, 估计的误差比较小, 基本满足工程要求。13 号轴承的声压级超出所估计的分布区间的原因, 除了本文算法和噪声测量有误差外, 可能是: 和其它轴承相比, 该轴承清洗不好, 或其零件表面有比较大的缺陷等<sup>[3,8]</sup>。

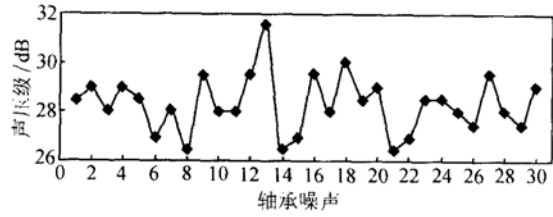


图 3 轴承噪声

### 4 与统计方法的比较

为了与传统的统计方法进行比较, 特定义滚动轴承噪声声压级分布区间的估计误差参数:

$$\Delta_L = \xi_L - \xi'_L, \quad (19)$$

$$\Delta_U = \xi'_U - \xi_U, \quad (20)$$

式中:

$\Delta_L$ : 分布区间下限的估计误差, dB;

$\Delta_U$ : 分布区间上限的估计误差, dB;

$\xi_L$ : 实际的分布区间下限值, dB;

$\xi_U$ : 实际的分布区间上限值, dB;

$\xi'_L$ : 计算的分布区间下限值, dB;

$\xi'_U$ : 计算的分布区间上限值, dB。

由式 (19) - (20) 可知:

(1) 若  $\Delta_U \geq 0$  和  $\Delta_L \geq 0$ , 则所采用的计算方法的误判率为 0。

(2) 若  $\Delta_U < 0$  和  $\Delta_L < 0$ , 则所采用的计算方法的误判率不为 0; 此时, 若  $\Delta_U$  和  $\Delta_L$  越小, 则所采用的计算方法的误判率越高。

(3) 若  $\Delta_L$  和  $\Delta_U$  从大于 0 的方向越接近 0, 则计算出的分布区间和实际的分布区间的吻合性越好, 估计误差越小; 否则, 估计误差越大。

可以用以上三点来分析不同计算方法的估计误差和误判率, 比较好的计算方法的估计误差小, 同时误判率低。

表 3 给出了用本文的非统计方法 (模糊方法) 和几种典型概率分布的统计分析结果。

表 3 估计结果及其分析

计算方法	非统计方法 (模糊方法)	传统的统计方法			
		正态分布	Rayleigh 分布	三角分布	均匀分布
分布区间 /dB	[25.254, 30.197]	[24.659, 28.924]	[26.592, 30.031]	[25.050, 28.533]	[25.562, 28.021]
$\Delta_L$ /dB	1.246	1.841	-0.092	1.45	0.938
$\Delta_U$ /dB	-1.301	-2.574	-1.469	-2.967	-3.479
误判率 /%	3.33	33.33	13.33	33.33	50.00

从表 3 看出, 在传统的统计方法中, 按 Rayleigh 分布计算, 所得结果比较接近实际情况; 和传统的统计方法比较, 非统计方法 (模糊方法) 的计算结果更接近实际情况。这说明: 传统的统计方法要求概率分布已知, 同时需要的测量数据也很多, 当测量数据少时, 其计算结果误差比较大; 非统计方法允许测量数据可以少些, 也允许测量数据的概率分布未知, 其计算结果误差必然会小些, 更加符合滚动轴承噪声声压级的内在规律。

## 5 结论

使用本文提出的方法估计一套轴承噪声的真值及其扩展不确定度, 允许的测量数据可以少些, 例如 6 个数据。若估计一批轴承噪声的期望值及其分布区间, 则需要的测量对象数量也可以少些, 例如 6 套轴承。

允许轴承噪声的概率分布、标准差和包含因子未知, 本文通过线性估计法, 可以自动寻找轴承噪声的隶属函数, 直接估计出轴承噪声的期望值及其分布区间。

使用本文提出的方法评价轴承噪声的质量, 成本低、效率高并且预测误差比较小。

## 参 考 文 献

- 1 Tallian L D, Gustafsson O G. Progress in Rolling Bearing Vibration Research and Control. ASLE Trans, 1965; 8(3):195—207
- 2 Oswald B. Noise and vibrational behaviour of rolling bearing, ball and roller engineering. *Industrial Engineering(FAG)*, 1989; 28(2): 4—11
- 3 Tandon N, Choudhury A. A review of vibration and acoustic measurement methods for the detection of defects in rolling element bearings. *Tribology International*, 1999; 32(3): 469—480
- 4 邓四二, 夏新涛, 颀谭成等. 高品质低噪音滚动轴承. 洛阳工学院学报, 2000; 21(1): 29—31
- 5 Yoshioka T, Fujiwara T. A new acoustic emission source locating system for the study of rolling contact fatigue. *Wear*, 1982; 81(1): 183—186
- 6 Jaech J L. Statistical analysis of measurement errors. New York: John Wiley & Sons Inc, 1985
- 7 XIA Xingtao, WANG Zhongyu, GAO Yongsheng. Estimation of non-statistical uncertainty using fuzzy-set theory. *Measurement Science & Technology*, 2000; 11(4): 430—435
- 8 Kanai H, Abe M, Kido K. Estimation of the surface roughness on the race or balls of ball bearing by vibration analysis. ASME Trans, 1987; 109(1): 60—68
- 9 夏新涛, 颀谭成, 邓四二等. 滚动轴承噪声的谐波控制原理. 声学学报, 2003; 28(3): 255—261