

纵向振动超声马达的力学模型^{*}

徐 旭 梁艳春¹ 时小虎

(吉林大学数学学院 长春 130012)

(1 吉林大学计算机科学与技术学院 长春 130012)

2001 年 10 月 24 日收到

2002 年 3 月 1 日定稿

摘要 提出并建立了一个纵向振动超声马达的力学模型。阐述了超声马达的工作机理,对定子和转子在间断接触时的粘连和滑动做了理论分析,给出了马达的驱动力随时间连续变化的解析表达式。对超声马达的速度、输入输出能量和效率等进行了分析,特别讨论了驱动频率、初始压力、转子的转动惯量和外加力矩对马达特性的影响。数值结果表明,按照本文模型得到的结论与模拟结果和实验结果相吻合。这些结论与结果为超声马达的构造、设计和控制等提供了可资参考的理论依据。

PACS 数: 43.35

Mechanical modeling of a longitudinally vibration ultrasonic motor

XU Xu LIANG Yanchun¹ SHI Xiaohu

(College of Mathematics Science, Jilin University Changchun 130012)

(1 College of Computer Science and Technology, Jilin University Changchun 130012)

Received Oct. 24, 2001

Revised Mar. 1, 2002

Abstract A mechanical model of a longitudinally vibration ultrasonic motor is proposed. The working principle of the ultrasonic motor is expounded. The sticking and slipping between the stator and rotor in the intermittent contact region are analysed theoretically. The analytical expression of the motor's driving force that undergoes continuous changes is given. The characteristics of the ultrasonic motor, including the rotating speed of the rotor, the input energy, the output energy and the efficiency of the motor are discussed. The effect of the initial compressive force, driving frequency, load, and the moment of the inertia of the motor is examined. The numerical results obtained from this model coincide with those obtained from existing experiments. These results and conclusions provide reliable theoretical basis for the design, construct and control of ultrasonic motors.

引言

超声马达 (ultrasonic motor, USM) 是 20 世纪 80 年代初发展起来的一种新型驱动器,具有电磁马达所没有的优良特性,例如小型轻量、低噪声、低成本、低转速、大力矩输出、定位精确、响应速度快、不受磁场影响等。这些独特的性能引起了人们的广泛关注。近十年来,研究人员在马达的特征、工作原理、实验、应用等多方面做了大量的工作^[1-6],使其得到了迅速的发展。

对超声马达模型的早期研究主要是用等效电路

法^[7]、分析方法^[8]和有限元法^[9]。具体来说,先不考虑转子对定子的影响来分析定子的超声振动,得出定子的振动模态、振动频率、振幅等参数。然后对定子和转子之间的接触做出假设,研究定子对转子的作用,得出转子的运动。这些独立研究定子和转子振动的方法严格地说是^不准确的,因为接触对定子的振动参数有相当大的影响,割裂两者的联系显然是^不精确的。

近来许多研究都充分地考虑了定子和转子之间接触影响的耦合系统。但大量的工作都是集中在行波型超声马达上^[10-12],只有很少的工作致力于研究

^{*} 国家自然科学基金 (19872027) 和国家教育部符号计算与知识工程重点实验室资助项目

间断接触型马达^[13-15]。因此,构造间断接触型超声马达的理论模型,预测它的整体性能,具有重要的理论与实际意义。纵向振动超声马达是典型的间断接触型马达,对它的研究主要集中在分析和实验领域内^[1,15,16],真正完整精确的力学与数学模型还没有建立起来,这极大地限制了人们对纵向振动超声马达的理解和应用。

本文从力学的观点出发,提出了一个纵向振动超声马达的力学模型。分析了此超声马达的间断接触和动态驱动的特点,对接触阶段的粘连和滑动情况做了明确的理论分析,给出了转子驱动力随时间连续变化的表达式,以及驱动力与定子转子相对位移之间的关系。并对转子的速度,输入输出能量、效率、力矩和转子速度的关系等进行了分析,为超声马达的构造和设计提供了可供参考的理论依据。另外,本文还讨论了马达的驱动频率和固有频率不相等的情况,分析了外加负荷、初始压力等因素对马达特性的影响,为超声马达的控制打下了一定的基础。

1 马达的模型

1.1 简单描述

典型的纵向振动超声马达的简化结构如图 1 所示。假设定子的左端固定,右端和半径为 R 的转子相接触。转子盘和垂直方向成 α 角,定子的长、宽、厚分别为 l, b, h 。马达静止时,有垂直于盘向的压力 N_0 作用在转子上。

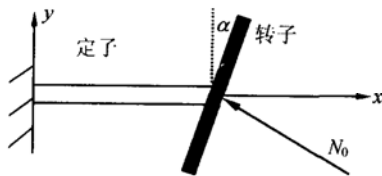


图 1 马达的简化模型

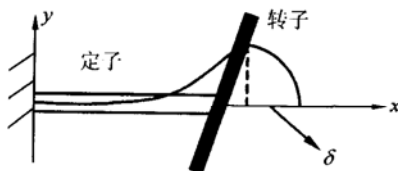


图 2 梁的实际变形量 δ

定子被其左端的压电元件激发时,沿水平方向做纵向运动,不妨设其末端的变形为:

$$u(t) = A \sin(\omega t). \tag{1}$$

这里 A 为振幅, ω 为驱动频率,初相位为零。

定子梁和转子之间由于接触所产生的相互作用,以及定子梁的固有频率等因素会极大地影响梁

末端的轨迹。因此,分析和模拟定子与转子之间的接触行为、适当调整初始压力和驱动频率,对于获得具有较好的动力学特性的超声马达设计,是非常必要的^[17]。本文分析了定子和转子在间断接触时的粘连和滑动问题,讨论了驱动频率和初始压力等对马达特性的影响,给出了马达的驱动力随时间连续变化的解析表达式,同时给出了相应的数值模拟结果。

定子梁缩短时和转子不接触,没有相互作用力。伸长时和转子相接触,其长度方向受到转子盘的约束,末端不仅有纵向位移,还要产生横向的弯曲位移 $y(l, t)$ 。本文着重阐述相互接触过程。

接触时,定子的末端在摩擦力的驱使下,将推动转子转动。 t 时刻定子梁末端的实际伸长量为(参见图 2):

$$\delta = [u(t) - x_0 - \tan \alpha (y(l, t) - y_0)], \tag{2}$$

式中 x_0 和 y_0 是定子刚刚和转子接触时在纵向和横向的变形量。

由于梁的几何尺寸比较微小,本文认为它的纵向弹性变形是不可忽略的。设 K 是梁在纵向的弹性系数,此时梁的弹性力为:

$$F = K\delta = K[u(t) - x_0 - \tan \alpha (y(l, t) - y_0)], \tag{3}$$

$\delta > 0$ 时表示定子和转子相接触并有力的作用, $\delta \leq 0$ 时定子和转子分离,没有相互作用,定子作自由振动。

定子和转子在接触阶段粘连和滑动都是必然发生的,滑动使马达消耗了较多的能量,使其效率变低寿命变短,应该尽量减少滑动增加粘连时间,在模型研究中同时考虑接触阶段的粘连和滑动更符合实际情况。

1.2 接触阶段的滑动

在研究马达定子的滑动时,常见的研究都把它振动通过准静态方程来描述,即在梁的振动方程中不考虑横向位移对时间的导数。这种假设当驱动电压的频率远离马达的固有频率时,和实际马达的工作情况有较大的差距。和这些研究不同,本文考虑动态响应。

如图 1 所示,对定子而言,滑动的过程是定子梁在末端强迫力和轴向压力作用下的振动问题,由振动理论可知,其满足的方程为:

$$\begin{cases} EI \frac{\partial^4 y(x, t)}{\partial x^4} + \rho A \frac{\partial^2 y(x, t)}{\partial t^2} + N_0 \frac{\partial y^2(x, t)}{\partial x^2} = T \text{Delt}(x - l) \cos \alpha, \\ y(0, t) = y'(0, t) = y''(l, t) = y'''(l, t) = 0, \\ y(l, 0) = y_0, \quad \dot{y}(l, 0) = \dot{y}_0, \end{cases} \tag{4}$$

其中 $T\text{Delt}(x-l)\cos\alpha$ 表示梁在其末端受到的横向力。

$\text{Delt}(x)$ 是狄拉克函数:

$$\text{Delt}(x) = \begin{cases} 1, & x = 0, \\ 0, & x \neq 0. \end{cases} \quad (5)$$

解出(4)式中的横向位移 $y(x,t)$, 则定子末端的速度:

$$v_y = \frac{\partial y(l,t)}{\partial t}, \quad (6)$$

由于 T 是未知的, (4) 式是和转子的速度有关的一个非线性方程, 但自由振动时方程与 T 无关, 其解为:

$$y(x,t) = U_t \sin(Pt + \gamma), \quad (7)$$

其中 U_t 和 γ 由初始条件确定, P 为定子自由振动的固有频率。

从方程 (1) 和 (7) 可以看出, 自由振动阶段, 激励的频率和定子的固有频率相同时, 定子的末端做椭圆运动。否则定子末端的运动轨迹是一近似椭圆的不封闭的环状曲线。

下面考虑定子和转子的接触力, 这里假设定子的横向振动和纵向振动互不干扰。在滑动时, 转子所受到的力有垂直于转子表面的压力 N 、平行于转子表面的摩擦力 f 和梁末端给予的纵向弹性力 F , $f = N\mu_c$ (参见图 3)。

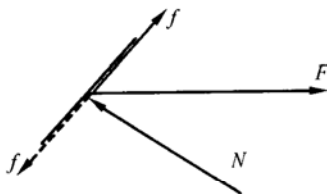


图 3 转子受到的作用力

考虑垂直于转子面的力平衡可得出:

$$N = F \cos \alpha, \quad (8)$$

平行于转子面的合力提供转子运动的驱动力:

$$F_r = \begin{cases} F \sin \alpha + \mu_c F \cos \alpha, & \Delta v \geq 0, \\ F \sin \alpha - \mu_c F \cos \alpha, & \Delta v < 0, \end{cases} \quad (9)$$

$\Delta v = v_y - v_r$ 是定子和转子间的相对速度, v_r 是转子的转动速度, μ_c 为梁和转子之间的滑动摩擦系数。

根据作用力和反作用力原理, 梁末端受到的横向力具体为:

$$T = -F_r \text{Sign}(\delta) \cos \alpha = \begin{cases} -(F \sin \alpha + \mu_c F \cos \alpha) \cos \alpha \text{Sign}(\delta), & \text{当 } \Delta v \geq 0, \\ -(F \sin \alpha - \mu_c F \cos \alpha) \cos \alpha \text{Sign}(\delta), & \text{当 } \Delta v < 0, \end{cases} \quad (10)$$

其中 $\text{Sign}(\delta)$ 为符号函数:

$$\text{Sign}(\delta) = \begin{cases} 1, & \text{当 } \delta > 0, \\ 0, & \text{当 } \delta \leq 0. \end{cases} \quad (11)$$

1.3 接触阶段的粘连

先来看一个简单的例子。图 4 所示物体放在粗糙的平面上, 拉力 F 从零逐渐增加。 F 的值很小时物体并不运动, 因为等值反向的静摩擦阻力 f 自动产生。随着 F 的增加, 静摩擦力也增加。当拉力增大到一定的值时, 物体开始运动, 此时的静摩擦力称为最大静摩擦力。物体运动是因为加在物体上的拉力 F 大于它的最大静摩擦力, F 小于最大静摩擦力物体就不会运动。

Kato^[18] 通过实验给出了物体的位移 u 和摩擦系数 μ 的关系 (图 5)。从中可以看出, 当位移很大时摩擦系数近似为常数, 而当位移很小时摩擦系数是变化的。作用力 F 小于最大静摩擦力时, 物体的位移并不是零。

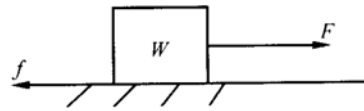


图 4 简单例子

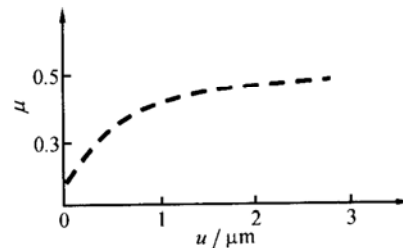


图 5 摩擦系数的实验曲线

根据上面的事实, 本文认为马达的定子和转子在粘连时并不是完全保持相对静止, 它们之间还有微位移, 要产生微滑动。这种微位移和微滑动极其微小, 宏观上近似认为相对静止, 正是这种微滑动提供了粘连时的作用力。如果相对的微位移很小, 作用力也很小, 这不足以克服它们之间的最大静摩擦力, 定子和转子粘连。反之, 如果相对的微位移很大, 相互作用力将达到并超过最大静摩擦力, 定子和转子发生相对滑动。

定子和转子宏观上近似为相对静止, 因此它们之间的摩擦力近似为粘连时的作用力。本文认为, 将粘连时的摩擦系数和定子转子之间的相对位移之间的关系用 (12) 表达是合理的 (图 6)。

$$\mu = \begin{cases} \mu_c, & u \geq u_0, \\ cu, & -u_0 < u < u_0, \\ -\mu_c, & u \leq -u_0, \end{cases} \quad (12)$$

其中 μ_c 为最大静摩擦系数, 这里假设它等于滑动摩擦系数。 u_0 为发生滑动瞬间的相对微位移, c 为常数, u 是定子和转子的相对位移, 表达式如下:

$$u = \int_{t_2}^{t_1} \Delta v dt, \quad (t_1 \leq t \leq t_2)$$

t_1 和 t_2 分别表示定子和转子刚开始接触和分离的时刻。粘连时, 定子和转子的相对位移的绝对值小于 u_0 , 摩擦系数近似地和相对位移成正比关系。随着相对位移绝对值的增加, 定子和转子之间的作用力不断增大, 当其绝对值超过 u_0 时, 发生滑动。

从式 (9) 和式 (12) 可以看出, 转子在接触阶段的作用力可以写成如下的形式:

$$F_r = F \sin \alpha + \mu F \cos \alpha, \quad (13)$$

式中 F 和 μ 分别由公式 (3) 和 (12) 确定。

从式 (13) 可知, 转子在接触阶段受到的作用力是一个连续的表达式, 在粘连和滑动时都成立。正是考虑了粘连的存在, 才使得转子受到的驱动力保持连续。

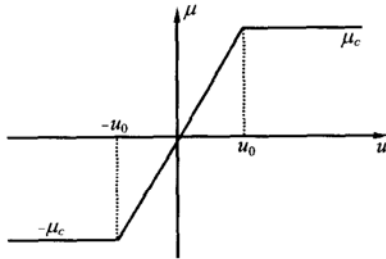


图 6 接触阶段的摩擦系数

1.4 转子的模型

从前面的分析可知, 转子满足的运动方程如下:

$$J \frac{d\Omega}{dt} = F_r(t)R - M, \quad (14)$$

其中 Ω 是转子的角速度, J 为转子的转动惯量, M 为外加的荷载, F_r 由 (13) 确定。由于上式的右端是连续的, 积分 (14) 可知转子的角速度 Ω 是光滑的。

1.5 马达的能量

称输出能量和输入能量的比值为马达的效率。从力学的观点看, 输出能量是转子输出的动能, 输入的能量是梁末端的动能, 这里只考虑一个周期的能量值, 有:

$$P_{out} = \frac{\omega}{2\pi} \int_{t_0}^{2\pi/\omega+t_0} M \omega dt, \quad (15)$$

$$P_{in} = \frac{\omega}{2\pi} \int_{t_0}^{2\pi/\omega+t_0} T v_y dt, \quad (16)$$

$$\eta = \frac{P_{out}}{P_{in}}. \quad (17)$$

2 数值模拟与讨论

当马达被激发时, 如果外加在转子上的负荷 M 不是很大, (14) 式的右端是正值, 转子克服最大静摩擦力后开始做加速运动, 速度不断增大。

当定子和转子的相对位移小于 u_0 时, 定子和转子进入粘连。由 (12) 式, 摩擦系数从 μ_c 不断减小直到变为零, 再由零变为 $-\mu_c$, 驱动力由 $(F \sin \alpha + \mu_c F \cos \alpha)$ 连续地变为 $(F \sin \alpha - \mu_c F \cos \alpha)$ 。此后, 转子做减速运动。

当定子和转子的相对位移大于 $-u_0$ 时, 定子和转子进入粘连。同上面的讨论, 摩擦系数从 $-\mu_c$ 不断增大直到变为零, 再由零变为 μ_c , 驱动力由 $(F \sin \alpha - \mu_c F \cos \alpha)$ 连续地变为 $(F \sin \alpha + \mu_c F \cos \alpha)$ 。此后, 转子做加速运动。

重复上面的过程, 直到 $\delta < 0$, 定子和转子分离, 定子在做自由振动, 转子只在外加负荷的作用下做减速运动, 直到和定子再次接触。

当驱动力的频率在梁的一阶固有频率附近时, 可以近似地认为:

$$y(x, t) = X(x)q(t), \quad (18)$$

把 (18) 式带入 (4) 式的齐次方程中, 当初始压力不是很大时, 由边界条件有:

$$X(x) \approx \text{ch} \beta x - \cos \beta x + \xi(\text{sh} \beta x - \sin \beta x), \quad (19)$$

其中 $\xi = -(\text{sh} \beta l - \sin \beta l)/(\text{ch} \beta l + \cos \beta l)$ 。对应于一阶固有频率, 由振动理论有: $\beta = 1.875/l$ 。

注意到方程 (4) 和 (14) 和定子和转子的相对速度有关, 都是非线性的, 把 (18) 式代入 (4) 式中可以得到关于 $q(t)$ 的常微分方程, 计算时可以用数值方法来求解。

计算时, 选取定子梁的有关参数如下: $l = 6.56$ mm, $h = 1$ mm, $b = 5$ mm, $\rho = 7.8 \times 10^3$ kg/m³, $E = 2.2 \times 10^{11}$ N/m²。梁振动的第一阶固有频率为: $P = 20123$ Hz, 初压力 $N_0 = 16.0$ N。转子的厚度 $H = 1$ mm, 半径 $R = 23$ mm, 转子面和垂直方向的角度 $\alpha = 6^\circ$ 。压电振动的振幅 $A = 5$ μm, 频率 $\omega = 20000$ Hz, 滑动摩擦系数 $\mu = 0.3$, 纵向的弹性系数 $K = 1.78 \times 10^8$ 。

从以上的论述可知, 方程 (3), (4), (6), (10), (13), (14) 是纵向振动超声马达的力学模型满足的完整方程, 结合上面给出的几何、物理参数求解这些方程则得到如下的关系曲线。

图 7(a) 是转子刚开始运动不久的暂态曲线, 图 7(b) 是从开始到稳定的曲线。可以看出, 开始时虽然

有时速度下降,但是总体上随着时间的增加,速度不断增大,到达一定的时间后,速度保持一个稳定的数值,但速度值是在某一个数值附近做波动,而不是保持一个恒定的值。从图中还可以看出,随着外加力矩的增大,转子稳定时的速度降低。

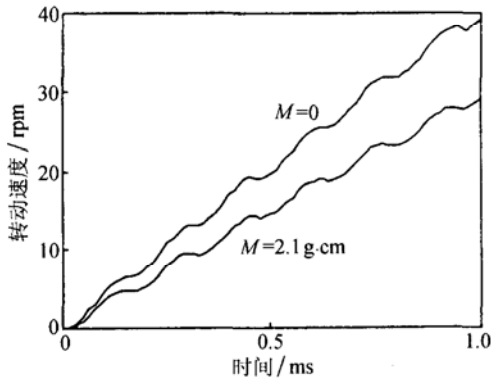


图 7(a) 转动速度 (暂态) 和时间的关系

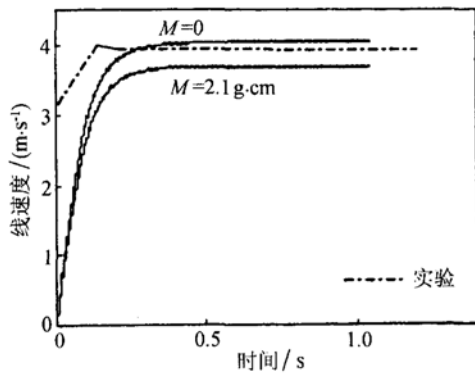


图 7(b) 转动速度 (稳态) 和时间的关系

图 8 表示转动惯量对速度的影响。从中可以看出转动惯量影响速度从开始到稳定的时间,转动惯量越大,达到稳定所需要的时间越长(图中点划线为实验值)。

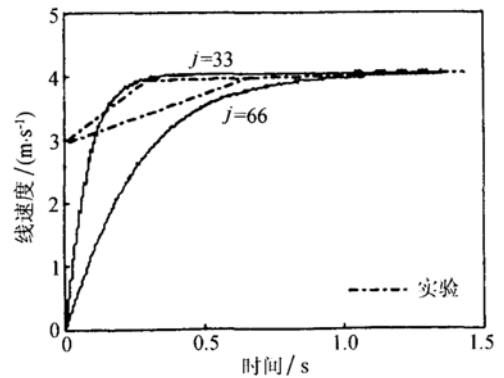


图 8 转动惯量对速度的影响

图 9 表示在不同的轴向压力下,外加力矩和转子速度的关系曲线。转子的转动速度随着外加力矩的增加而减小。在没有外加力矩的情况下,随着压力的增大速度减小。

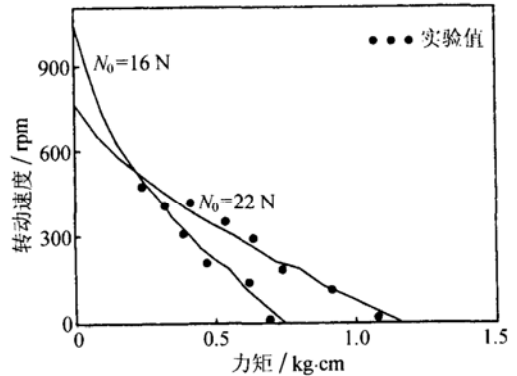


图 9 外加力矩和速度的关系

图 7(b)、图 8 和图 9 所描述的和文献 16 的实验结果基本吻合。

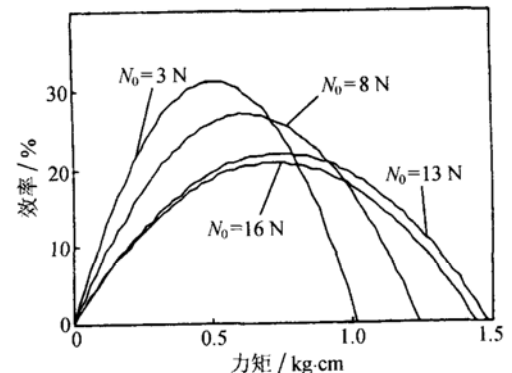


图 10 不同初始压力下的力矩和效率曲线

图 10 表示力矩和效率的关系曲线。在一定的初始压力下,马达的效率随着外加力矩的增加,先增大后减小,存在一个最大值。从图中可以看出,当外加力矩大约是最大力矩的一半时,马达的效率最高。随着压力的增大马达的效率有所降低,从提高效率的角度来看,定子和转子之间的压力越小越好。但是过小的压力会使马达的最大承载力矩很低。本文模型的效

率和实验值相比是比较低的,因为本文假设接触阶段的滑动摩擦给转子也提供驱动力,摩擦消耗了比较大的能量。文献 15 只考虑了接触阶段的滑动,其效率更低,只有 8% 左右。

图 11 表示驱动频率和转子的速度的关系曲线。外界的驱动频率在定子的固有频率附近时,速度有一定的幅值;当驱动频率和固有频率很近时,转子的速度有很大的值;当远离固有频率时,速度很小接近于零。从图中还可以看出,外加力矩对马达共振频率附近的速度也有影响,力矩越大速度越小。

图 12 是外加的初始压力变化时,驱动频率和速度的关系曲线。从图中可以看出,压力能改变马达振动的固有频率,从而使定子梁末端的运动轨迹发生变化。

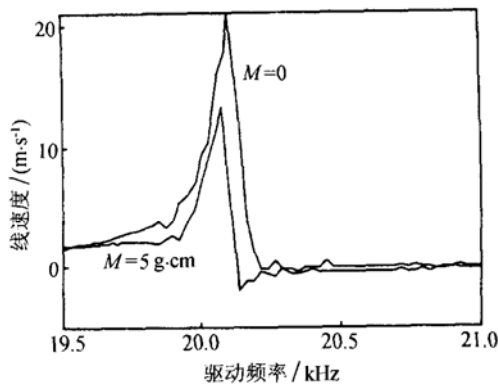


图 11 驱动频率和速度的关系

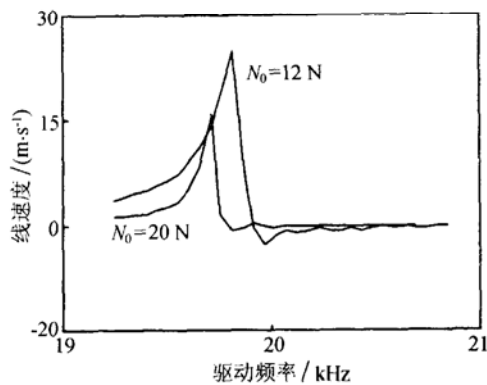


图 12 不同压力下的驱动频率和速度的关系

3 结论

本文建立了一个纵向振动超声马达的力学模型,阐述了此超声马达的工作机理,对间断接触时的粘连和滑动做了理论分析,给出了马达的驱动力随时间连续变化的解析表达式。对马达的速度、输入输出能量、效率等进行了分析,特别讨论了驱动频率、初始压力、转子的转动惯量和外加力矩对马达特性的影响。数值结果表明,按照本文模型得到的结论与模拟结果和实验结果相吻合。

参 考 文 献

- 1 Sashida S, Kenjo T. An introduction to ultrasonic motors. Oxford, U.K.: Oxford Science, 1993
- 2 Taxonomy Senjyu, Satoru Yokoda, Datsumi Uezato. A study on high-efficiency drive of ultrasonic motors. *Electric Power Components and Systems*, 2001; **29**(3): 179—189

- 3 Takehiro Takano, Hiroshi Hirata, Yoshiro Tomikawa. Analysis of nonaxisymmetric vibration mode piezoelectric annular plate and its application to an ultrasonic motor. *IEEE Trans. Ultrason., Ferroelect., Freq. Contr.*, 1990; **37**(6): 558—565
- 4 Uehino K. Piezoelectric motors: Overview. *Smart Mater. Struct.*, 1998; **7**(7): 273—285
- 5 Ueha S, Tomikawa T. Piezoelectric motors: theory and application. Oxford: Clarendon Press, 1993
- 6 Senjyu T, Miyazato H, Yokoda S, Uezato K. Speed control of ultrasonic motors using neural network. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 1998; **13**(3): 381—387
- 7 Nogarede B, Piccourt E. Modelization of a traveling wave piezoelectric motor by equivalent electromechanical circuit. In: proc. Int. Conf. Electrical Machines, 1994: 128—133
- 8 Hagedorn P, Wallaschek J. Traveling wave ultrasonic motors, part I: working principle and mathematical modeling of the stator. *J. Sound Vibration*, 1992; **155**(1): 31—46
- 9 Yong K, Cho Y. Algorithms for eigenvalue problems in piezoelectric finite element analysis. *Ultrason. Symp., Cannes, France*, 1994: 1057—1062
- 10 Nesbitt W, Hagood IV, Andrew J. McFarland. Modeling of a piezoelectric rotary ultrasonic motor. *IEEE Trans. Ultrason., Ferroelect., Freq. Contr.*, 1995; **42**(2): 210—224
- 11 Hiroshi Hirata, Sadayuki Ueha. Design of a traveling wave type ultrasonic motor. *IEEE Trans. Ultrason., Ferroelect., Freq. Contr.*, 1995; **42**(2): 225—231
- 12 杨 明, 赵淳生. 环形行波型超声马达解析模型的仿真与实验. *声学学报*, 1999; **24**(5): 484—490
- 13 Patrice Le Moal et al. Mechanical energy transductions in standing wave ultrasonic motors: Analytical modeling and experimental investigations. *Eur. J. Mech. A: Solids*, 2000; **19**(5): 849—871
- 14 ZHU Meiling, Shi-Zei Ricky Lee et al. Modeling of a rotary motor driven by an anisotropic piezoelectric composite laminate. *IEEE Transactions on Ultrasonic, Ferroelectrics, and Frequency Control*, 2000; **47**(6): 1561—1574
- 15 Zharii O Y. Modeling of a mode conversion piezoelectric motor in the regime of slip. *IEEE Trans. Ultrason., Ferroelect., Freq. Contr.*, 1993; **38**(3): 411—416
- 16 Sashida T. A prototype ultrasonic motor—principles and experimental investigations. *Oyobustsuri*, 1982; **51**(6): 713—720
- 17 Rongfong Fung, Chihmin Yao, Chienreng Tseng. Dynamic analysis of a bimodal ultrasonic motor with initially stressed force onto the rotor. *Sensors and Actuators. A: Physical*, 1999; **72**(3): 229—233
- 18 Kato K. Friction between a rotor and stator. In: *Ultrasonic Electronics: New Application of Piezoelectricity*, 25th Tohoku University Communications Research Symposium, 1989; **3**(5): 101—108