

超声马达定子齿运动模型的建立

褚祥诚 陈在礼 陈维山 龙柏林

(哈尔滨工业大学机电学院 哈尔滨 150006)

1998 年 5 月 29 日收到

1998 年 9 月 24 日定稿

摘要 超声波马达作为一种新型的小马力电机已引起科研人员的极大关注。本文中,作者利用解析法建立了行波型超声波马达定子齿的运动学模型,这对进一步研究转子与定子间的接触模型是至关重要的。同时,我们采用有限元法研究了马达在各阶振动模式下接触点位移、马达共振频率与齿高的变化规律,发现齿高在从 3 mm 到 9 mm 的区间变化时,对接触点圆周方向的位移影响较大,特别是在高阶(9, 0)振动模式下,而径向位移在齿高 6 mm 左右时基本趋于饱和。我们依据齿的运动数学模型研制出一种新型的三维接触式超声波马达。

PACS 数: 43.35

Motion modeling of projection-teeth of traveling wave ultrasonic motors

CHU Xiangcheng CHEN Zaili CHEN Weishan LONG Bolin

(Dept. of Mechatronics Harbin Institute of Technology Harbin 150006)

Received May 29, 1998

Revised Sep. 24, 1998

Abstract Ultrasonic motors, as a fractional horsepower motor of new type, have attracted scholars' attention. In this paper, we have developed a motion modeling of projection-teeth of traveling wave ultrasonic motors, which is significant for an expansion of interface modeling between the rotor and stator. At the same time, relationship between teeth height and displacement of a contact point, resonant frequency, is obtained by using the Finite Element Method (FEM) corresponding to various vibration modes. It is found that teeth height, from 3 mm to 9 mm, has great impact on displacement along circumferential direction, specially for (9, 0) vibration mode, while displacement along radial direction tends to saturation for teeth height of about 6 mm. Based on the motion modeling of projection-teeth, we fabricated an ultrasonic motor with 3-D interface of new type.

焦系统、医疗设备、微机器人、微型卫星和医疗注射用微泵等领域^[1-4]。

引言

行波型超声波马达是不同于电磁马达的一种新型小马力电机,它具有小型轻量、低速下高力矩输出、快速响应、无游隙和空行程、低耗、无噪音和电磁干扰、自刹车和在恶劣环境中热稳定性高等特点。因此,国外已将超声波马达用于相机的自动聚

为了解释行波型超声波马达的工作机理和优化马达的结构,我们已经研究了构成马达定子的复合圆环板的非轴对称横向振动问题,并获得了横向运动微分方程作为马达的设计工具。通过该方程的求解,我们可以获得超声波马达的共振频率和相应的振动模式,并以此优化了马达的结构,但在优化中我们并没有严格考虑马达定子齿的影响^[4]。在实际

超声波马达的应用中, 定子齿是将微观超声振动耦合合成转子宏观转动的关键部分, 有关齿的有限元动态分析和测试的文章国内外已有过报道^[5,6]。一般认为, 马达齿表面点的运动为二维空间的椭圆运动轨迹并在理论解析中将齿进行简化处理, 即忽略齿的轮廓参数对齿表面点具体运动轨迹的影响。在实验中, 我们发现齿的内侧表面具有与顶面向同的椭圆轨迹。

齿的运动行为直接反映马达微观的接触行为, 是进一步建立马达转子与定子的接触模型和在超声振动情况下对马达摩擦特性进行研究所不可缺少的理论基础, 建立超声波马达定子齿的运动数学模型是非常必要的。

在本文中, 我们利用马达定子的运动微分方程推导了行波型超声波马达定子齿的运动数学模型, 并用有限元法进一步分析了马达齿表面上任意点的运动位移以及共振频率与齿高的对应关系。根据数学模型, 我们研制出一种新型的三维接触式超声波马达。

1 行波马达及其工作原理

图 1(a) 显示了行波超声波马达的工作原理。图中, 在金属板一侧粘有压电陶瓷薄片 (PZT4), 我们将压电陶瓷沿周向等分极化处理成两组空间相位相差 $\pi/2$ 的压电驱动阵列, 此时, 若用两路时间相位差 $\pi/2$ 的交变电压信号作用于这两组压电阵列, 则会在金属板中激励出行波, 齿表面质点微观的椭圆运动将耦合成压在定子上的转子宏观的运动。当电信号反相, 则转子将反转。

图 1(b) 是三维接触式行波马达的照片, 照片中有马达定子、转子、轴的分件结构。该马达转子与定子的接触驱动是利用下面理论所提出的齿内侧和齿顶面椭圆运动轨迹来实现的。

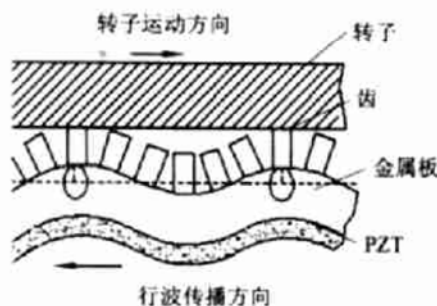


图 1(a) 超声波马达的工作原理

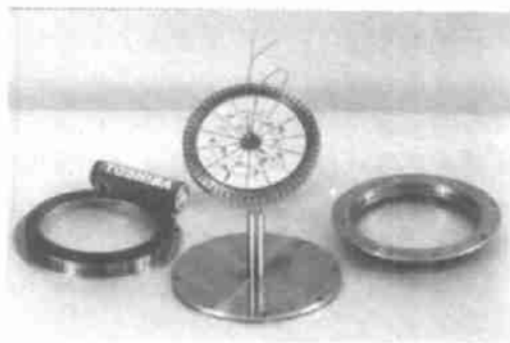


图 1(b) 三维接触式行波超声波马达的照片

2 齿的运动模型

$w(r, \theta, t)$ 是极坐标 r, θ 下马达定子复合圆环板中性层上任意点的横向位移, 在克希霍夫薄板理论及压电基本构造方程的前提下, 我们可以获得马达在无负载自由约束条件下横向位移 $w(r, \theta, t)$ 所满足的微分方程:

$$D_{eq} \nabla^4 w(r, \theta, t) + \rho h \frac{\partial^2 w(r, \theta, t)}{\partial t^2} = 0, \quad (1)$$

其中, D_{eq} 为复合环板的等效抗弯刚度,

$$D_{eq} = \frac{E_{eq} h^3}{12(1 - \nu_{eq}^2)}, \quad (2)$$

E_{eq} 、 h 、 ρ 、 ν_{eq} 分别是复合环板的等效弹性模量、等效厚度、等效密度和等效泊松比, 有关参量详细的推导过程请参看文献^[7,8]。 ∇ 为拉普拉斯算子

$$\nabla = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2}. \quad (3)$$

由于定子对称式结构, 方程 (1) 存在下面形式的解:

$$w(r, \theta, t) = R(r) \cos(n\theta) \cos(\omega_{mn}t), \quad (4)$$

n 是复合环板的节径数, m 是复合环板的节圆数。对于 $n = 1, 2, \dots$, 表达式 (4) 中共振角频率 ω_{mn} 的值和函数 $R(r)$ 可通过对应的特征值问题求解, 这里可以证明 $R(r)$ 是贝塞尔函数。

方程 (5) 中进一步给出了马达定子中性面上任意点的横向位移表达式:

$$w(r, \theta, t) = AR(r) \cos(n\theta - \omega_{mn}t). \quad (5)$$

事实上, 复合定子与转子间的接触发生在复合定子的表面上而非中性层上, 即在距离中性层为 h_0 的表面上。在该面上任意点 p 相对平衡位置点的位移矢量 $u_p(r, \theta, t)$ 可写成:

$$u_p(r, \theta, t) = u_z + u_r + u_\theta = w(r, \theta, t) e_z - h_0 \frac{\partial w(r, \theta, t)}{\partial r} e_r - \frac{h_0}{r} \frac{\partial w(r, \theta, t)}{\partial \theta} e_\theta. \quad (6)$$

对于行波马达, 复合定子表面上的齿是转子与定子的摩擦接触部分, 因此在接触区中点的空间轨迹直接影响到超声马达的输出特性。行波马达定子的共振弯曲位移分布示意图如图 2 所示。图中, 将齿视为只发生刚体位移无柔性变形的刚体, 而且当

齿的周向宽度与径向宽度同定子板的直径尺寸比足够小的情形下, 齿表面接触区中任意点 p' 相对平衡位置点的位移向量 $\mathbf{u}_{p'}(r, \theta, t)$ 在计入齿高的情形下可以写成式 (7) 的形式

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_{p'}(r, \theta, t) = & \mathbf{u}'_z + \mathbf{u}'_r + \mathbf{u}'_\theta = \{w(r, \theta, t) - h_{pro}[2 - \cos(\alpha) - \cos(\beta)]\} \mathbf{e}_z - \\ & \left[h_0 \frac{\partial w(r, \theta, t)}{\partial r} + h_{pro} \sin(\alpha) \right] \mathbf{e}_r - \left[\frac{h_0}{r} \frac{\partial w(r, \theta, t)}{\partial \theta} + h_{pro} \sin(\beta) \right] \mathbf{e}_\theta = \\ & \{AR(r) \cos(n\theta - \omega_{mnt}) - h_{pro}[2 - \cos(\alpha) - \cos(\beta)]\} \mathbf{e}_z - \\ & \left[h_0 A \frac{\partial R(r)}{\partial r} \cos(n\theta - \omega_{mnt}) + h_{pro} \sin(\alpha) \right] \mathbf{e}_r - \\ & \left[-\frac{h_0 n}{r} AR(r) \sin(n\theta - \omega_{mnt}) + h_{pro} \sin(\beta) \right] \mathbf{e}_\theta. \end{aligned} \quad (7)$$

h_{pro} 代表超声波马达定子齿的高度, 图 2 中角 α 和 β 代表 p 点沿径向和周向的切角, 根据几何关系角 α 和 β 可表示为:

$$\alpha = \arctg \left[\frac{\partial w(r, \theta, t)}{\partial r} \right] = \arctg \left[A \frac{\partial R(r)}{\partial r} \cos(n\theta - \omega_{mnt}) \right], \quad (8)$$

$$\beta = \arctg \left[\frac{\partial w(r, \theta, t)}{r \partial \theta} \right] = -\arctg \left[\frac{AnR(r) \sin(n\theta - \omega_{mnt})}{r} \right]. \quad (9)$$

将方程 (8) 和 (9) 代入方程 (7), 得到位移向量 $\mathbf{u}_{p'}(r, \theta, t)$ 详细的表达式 (10)。

但由于存在下面的条件:

$$\left[A \frac{\partial R(r)}{\partial r} \cos(n\theta - \omega_{mnt}) \right]^2 \ll 1,$$

$$\left[\frac{nAR(r) \sin(n\theta - \omega_{mnt})}{r} \right]^2 \ll 1,$$

方程 (10) 可以转换成方程 (11) 更加简单的形式:

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_{p'}(r, \theta, t) = & \left\{ AR(r) \cos(n\theta - \omega_{mnt}) - h_{pro} \left\{ 2 - \frac{1}{\sqrt{1 + \left[A \frac{\partial R(r)}{\partial r} \cos(n\theta - \omega_{mnt}) \right]^2}} - \right. \right. \\ & \left. \left. \frac{1}{\sqrt{1 + \left[\frac{AnR(r) \sin(n\theta - \omega_{mnt})}{r} \right]^2}} \right\} \right\} \mathbf{e}_z - \\ & \left\{ h_0 A \frac{\partial R(r)}{\partial r} \cos(n\theta - \omega_{mnt}) + h_{pro} \frac{A \frac{\partial R(r)}{\partial r} \cos(n\theta - \omega_{mnt})}{\sqrt{1 + \left[A \frac{\partial R(r)}{\partial r} \cos(n\theta - \omega_{mnt}) \right]^2}} \right\} \mathbf{e}_r - \\ & \left\{ -\frac{h_0 n}{r} AR(r) \sin(n\theta - \omega_{mnt}) + h_{pro} \frac{-AnR(r) \sin(n\theta - \omega_{mnt})/r}{\sqrt{1 + \left[\frac{AnR(r) \sin(n\theta - \omega_{mnt})}{r} \right]^2}} \right\} \mathbf{e}_\theta, \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned}
 u_{p'}(r, \theta, t) = & [AR(r) \cos(n\theta - \omega_{mn}t)]e_z - \\
 & \left[HA \frac{\partial R(r)}{\partial r} \cos(n\theta - \omega_{mn}t) \right] e_r + \\
 & \left[\frac{Hn}{r} AR(r) \sin(n\theta - \omega_{mn}t) \right] e_\theta,
 \end{aligned} \tag{11}$$

其中， H 是定子中性层到齿面的距离，即 $H = h_0 + h_{pro}$ 。

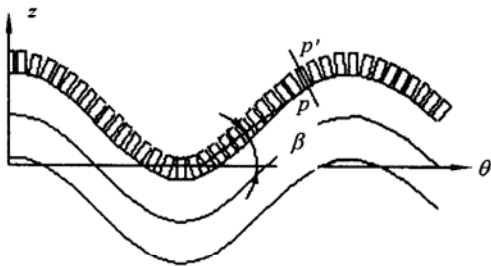
从方程 (11) 得，周向速度 v_θ 满足下式：

$$v_\theta = \frac{\partial u_\theta}{\partial t} = -\frac{n\omega_{mn}H}{r} AR(r) \cos(n\theta - \omega_{mn}t). \tag{12}$$

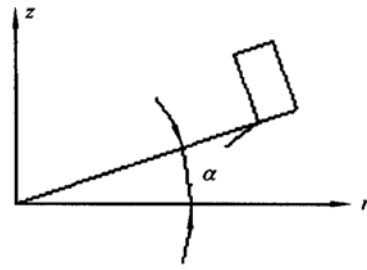
齿表面点的运动轨迹满足下面方程组

$$\begin{cases} \left[\frac{u_z}{AR(r)} \right]^2 + \left[\frac{u_\theta}{nHAR(r)/r} \right]^2 = 1 \\ \left[\frac{u_r}{HA\partial R(r)/\partial r} \right]^2 + \left[\frac{u_\theta}{nHAR(r)/r} \right]^2 = 1. \end{cases} \tag{13}$$

方程 (13) 证实了超声波马达齿表面任意点呈现三维空间的椭球轨迹，即在齿的内侧存在与齿端面同向的椭圆形运动轨迹。在传统的马达结构设计中，往往忽略马达齿侧面的椭圆运动，造成部分振动能量的损耗。如果我们在马达设计时考虑将齿的内侧椭圆轨迹也用于驱动马达的转子，则势必会增大马达的输出力矩的能力、提高马达的输出效率。



(a) 沿周向的变形



(b) 沿径向的变形

图 2 定子共振弯曲示意图

3 齿参数对共振频率的影响

下面利用有限元法对马达齿参数对马达振动频率的影响进行了详细的研究。表 1 是用有限元分析的实验样机部分参数。

3.1 齿圆周方向尺寸对共振频率的影响

图 3 是定子齿圆周方向尺寸对定子共振频率的影响。无论是 1 模式还是 0 模式，频率对应齿圆周方向尺寸均呈现幂指数分布，即 $f = ah^b$ ， f 是共振频率， h 是齿高。

对应 0 模式，在齿高一定时，随定子齿扇面角的增加，定子的共振频率略呈下降趋势，并且当振动阶数越高时，齿圆周尺寸对共振频率的影响越小。

对 1 模式来说，齿位于板振动的波峰位置。波峰附近的点处于拉伸状态，齿楞边缘附近点处于压缩状态，这样，齿对板的刚度的影响在板振动时的同一种变形的两个方向上得到加强，齿对板的刚度贡献要强于对惯量的贡献，也就是说，定子圆板的刚惯比相对增大，使得随齿宽增大，特征频率反而有所增加。

表 1

金属基体厚度	2 mm	压电陶瓷厚度	1 mm
金属基体材料密度	$7.8 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$	压电陶瓷材料密度	$7.9 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$
金属材料	206.5 GPa	压电材料	80 GPa
横向弯曲弹性模量		横向弯曲弹性模量	
横向弯曲弹性模量	0.3	横向弯曲弹性模量	0.31
1- 模式定子齿宽度	7.5°	1- 模式定子齿槽宽度	2.5°
1- 模式定子齿分布半径	$17.6 \times 10^{-3} \text{ mm}$	定子齿数	45
0- 模式定子齿宽度	6°	0- 模式定子齿槽宽度	2°
复合板内径	9 mm	复合板外径	58 mm

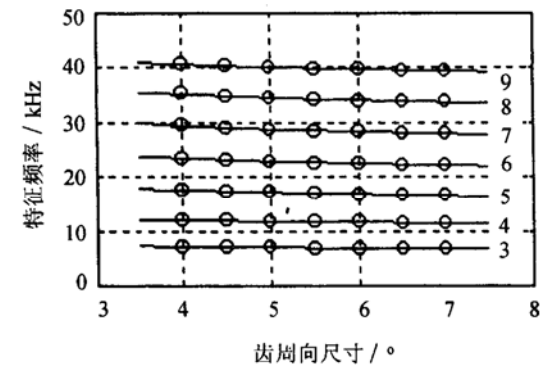
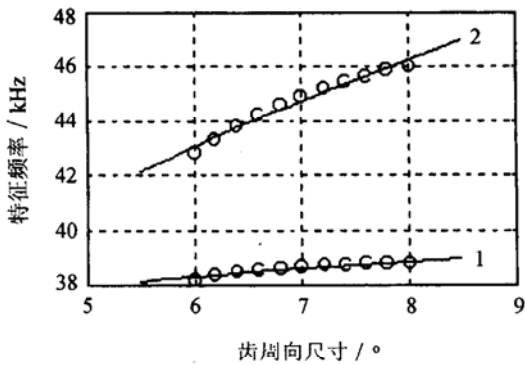


图3 定子齿圆周方向的尺寸对定子复合板特征频率的影响

- 1-(3,1) 模式 2-(4,1) 模式 3-(3,0) 模式
 4-(4,0) 模式 5-(5,0) 模式 6-(6,0) 模式
 7-(7,0) 模式 8-(8,0) 模式 9-(9,0) 模式

3.2 齿高对共振频率的影响

图4为定子齿高对马达共振频率影响的曲线图。从图4可以看出,齿高对板的高阶振动固有频率影响较大。对于0模式,随定子齿高的增大,特征频率下降表现为凹函数,而1模式却表现为凸函数。

3.3 定子齿径向尺寸对共振频率的影响

图5为定子齿径向尺寸对马达定子特征频率的影响曲线。从图5可见,齿径向尺寸对马达共振频率的影响不大。

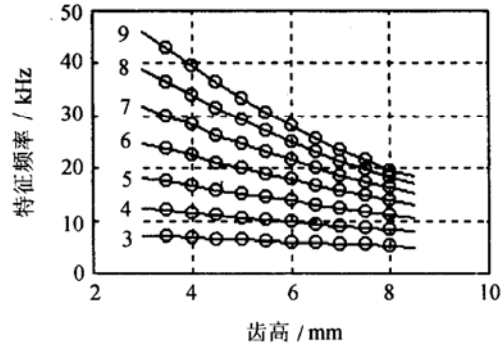
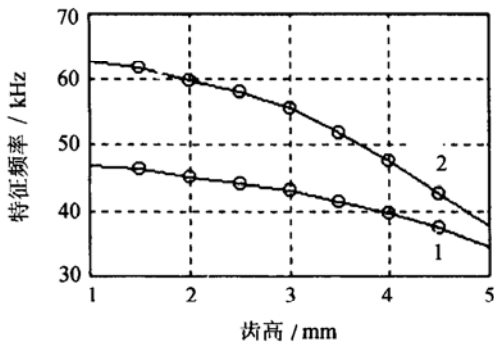


图4 为定子齿齿高对马达定子特征频率影响的曲线图

- 1-(3,1) 模式 2-(4,1) 模式 3-(3,0) 模式
 4-(4,0) 模式 5-(5,0) 模式 6-(6,0) 模式
 7-(7,0) 模式 8-(8,0) 模式 9-(9,0) 模式

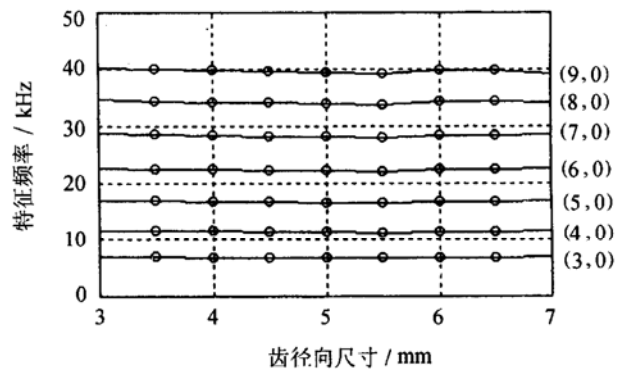


图5 定子齿沿径向尺寸的变化与共振频率的关系曲线

4 齿参数对位移的影响

我们进一步用有限元法获得了齿表面接触点的位移与齿高的关系曲线,如图6所示。符号‘1’,‘2’,‘3’分别代表沿周向、径向和横向的位移曲线。图6(a)、6(b)、6(c)和6(d)分别为马达在(6,0)、(7,0)、(8,0)和(9,0)振动模式下齿高与接触点位移的变化曲线。从中可以看出齿高在从3 mm到9 mm区间变化时,齿的高度对接触点圆周方向影响最大,特别是在高阶(9,0)振动模式下尤为突出,而径向位移在齿高6 mm左右时基本趋于饱和。

由于齿的内侧点可形成与传统超声波马达齿顶面点相同的椭圆形轨迹,所以我们利用这种齿侧面和顶面的椭圆轨迹同时实现超声波马达的驱动是完全可行的,这样就可以形成一种新型的三维接触式超声波马达。图7是该三维接触式超声波马达的结构示意图。实验样机之一可参看文献8。

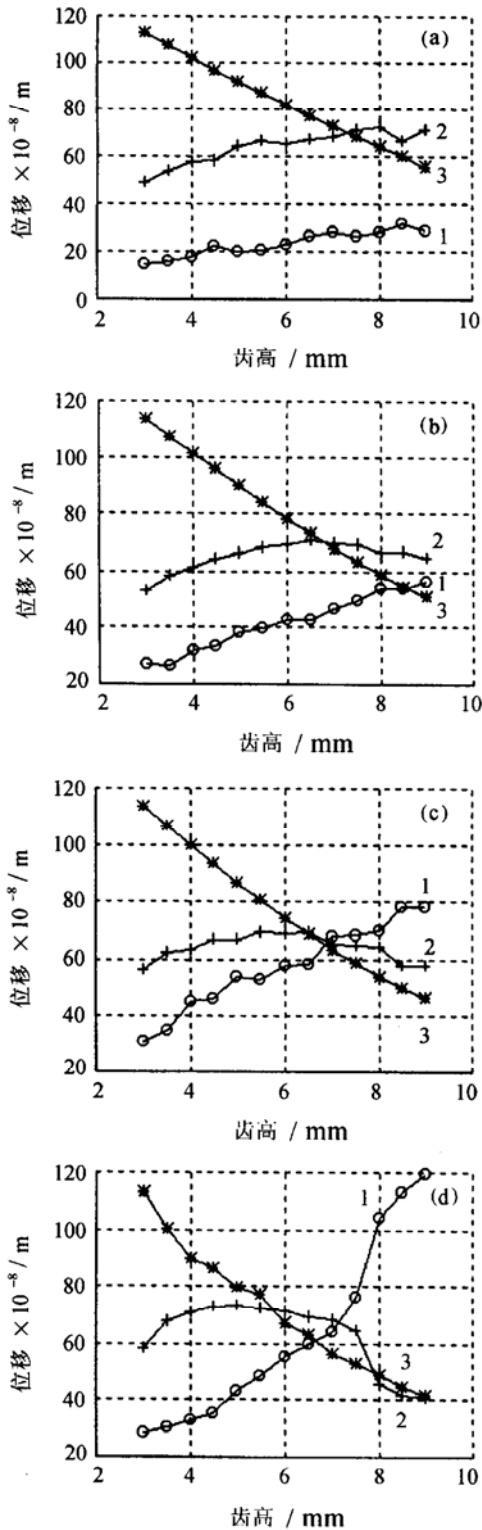


图6 位移与齿高的关系

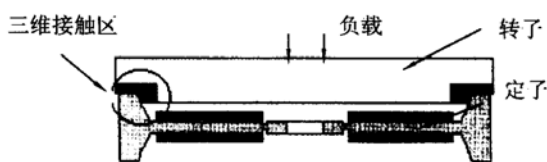


图7 三维接触式超声波马达示意图

5 结论

本文中, 我们利用解析法建立了行波型超声波马达定子齿的运动学模型。并用有限元法研究了马达在各阶振动模式下接触点位移、共振频率与齿高的变化规律, 发现齿高在从 3 mm 到 9 mm 的区间变化时, 齿高对接触点圆周方向位移影响较大, 特别是在高阶 (9, 0) 振动模式下, 而径向位移在齿高 6 mm 左右时基本趋于饱和。需要说明的是, 当齿的周向宽度与径向厚度同定子板的直径尺寸比足够小时, 该数学模型对我们进一步研究行波型超声波马达的接触模型及优化设计马达结构具有一定的指导意义, 但当马达尺寸较小以及高阶振动模式的马达, 该模型具有局限性, 需要严格考虑齿的变形情况 (即非线性因素的影响)。文中, 依据齿运动数学模型, 我们提出了一种新型的三维接触式超声波马达。

参 考 文 献

- 1 Flynn A M *et al.* Piezoelectric micromotors for micro-robots. *J. of MEMS.*, 1992; 1(1): 44-51
- 2 Paul S S. Yoseph B C *et al.* Composite manipulator utilizing rotary piezoelectric motors: new robotic technologies for Mars in-situ planetary science. 1997, SPIE.
- 3 褚祥诚, 陈维山, 陈在礼. 行波型超声波马达及其速度控制特性的研究. 微特电机, 1998(1): 14-15
- 4 CHEN Weishan *et al.* Free Transverse vibrations of composite annular plates: modeling for the stator of a rotary ultrasonic motor. *Journal of Harbin Institute of Technology.* 1997; E-4(1): 90-96
- 5 周铁英, 崔玉玺, 陈新业等. 三梁纵弯扭超声驻波电机. 声学学报, 1998; 23(1): 51-56
- 6 Takashi Maeno *et al.* Finite-element analysis of the rotor/stator contact in a ring-type ultrasonic motor. *IEEE Trans. on UFFC*, 1992; 39(6): 668-674
- 7 CHEN Weishan. Theoretical and experimental research on traveling wave ultrasonic motors. (doctoral thesis). 1996
- 8 HE Siyuan, CHEN Weishan, CHU Xiangcheng. Double-stator no-bearing ultrasonic motor using three-dimensional motion of projections. World Congress on Ultrasonics 124-127 August, Japan: YOKOHAMA, 1997