

# 封闭空间自适应有源噪声控制误差 传声器的最优布放

陈克安 马远良

(西北工业大学航海工程学院, 西安 710072)

1992年1月17日收到

**摘要** 对于封闭空间有源噪声控制, 本文研究了在次级声源布放确定的情况下, 如何选择误差传声器的数目及位置以取得最大降噪量的问题。理论分析及仿真结果表明: 误差传声器布放准则与次级声源布放准则类似。同时, 本文提出误差信号内插法, 以减少误差传声器数目, 提高降噪量。

## The arrangement optimization of error sensors for adaptive active noise control within enclosed space

CHEN Kean and MA Yuanliang

(College of Marine Engineering, Northwestern Polytechnical University)

Received January 17, 1992

**Abstract** It is of significant importance for adaptive active noise control within enclosed space to determine appropriate number and locations for error sensors. In this paper, the problem of optimum arrangement of error sensors is investigated for achieving maximum noise reduction under condition that the secondary source arrangement has been specified. It is shown by theoretical study and computer simulation results that the criterion of the errors sensor arrangement is similar to that of the secondary source arrangement. Then, in order to keep maximum noise reduction and minimum number of error sensors, an approach for error signal interpolation is proposed.

## 一、引言

九十年代以来, 有源噪声控制的研究内容发生了根本性的变化。主要是由于高速微处理器的不断涌现和自适应信号处理理论, 技术的进步, 推动了三维空间(自由空间和封闭空间)声场有源噪声控制的发展。

目前, 研究最广泛的有源噪声控制问题是: 在封闭空间中, 由于结构声辐射, 外声场声透射

或空间内部噪声源引起的噪声控制. 如螺旋桨飞机舱室<sup>[2,3]</sup>, 船舶舱室<sup>[4]</sup>, 汽车驾驶室<sup>[1]</sup>内噪声控制. 这类噪声的有源噪声控制系统一般需包括多个次级声源, 要想象管道有源噪声控制那样通过人工调节以取得最优次级声源强度, 将是非常困难的. 同时, 由于整个噪声控制系统的物理参数(如介质密度, 温度, 噪声源辐射特性等)随时间发生变化; 在有些应用场合(如飞机舱室), 要求在抵消噪声的同时保留有用信号. 基于这些理由, 有源噪声控制采用自适应技术几乎成了唯一的选择. 这就是目前常用的自适应有源噪声控制系统.

一个 AANC 系统的设计主要包括两个方面的内容. 1) 根据噪声场特性确定噪声控制指标(噪声控制频段, 降噪量大小等), 在这一指标下, 确定次级声源的数目和安放位置(这就是次级声源布放问题). 2) 控制器的设计. 选择合适的自适应滤波器结构和自适应算法, 保证系统的稳定性, 实时性<sup>[7-10]</sup>.

为实现这样一个系统, 必须解决误差传声器布放(用于监视降噪效果, 调节次级声源强度)问题. 次级声源的布放决定着理论上降噪量的最大值, 而误差传声器的布放决定着实际降噪量的大小. 近年来, 已公开发表数十篇文献[2-6]对噪声场特性, 次级源布放作了大量研究, 而误差传声器研究却未给予足够的重视. 研究结果表明<sup>[3]</sup>: 如误差传声器布放不当, 将招致降噪量下降, 甚至使噪声比控制前增大. 为此, 本文研究了误差传声器布放对封闭空间 AANC 的影响和布放准则.

一般说来, 误差传声器的个数与需要抵消的声模态个数成正比, 当降噪频率较高, 并处于非共振频率时, 需要相当多的误差传声器. 多一个误差传声器, 控制系统就多一路模/数转换器, 或对分时采样方式的模/数转换速度要求相应提高. 这将大大增加控制器成本, 并给实际应用带来不便.

为此, 本文基于空间采样定理, 提出误差信号内插法以减少误差传声器数目, 提高降噪量.

## 二、最优次级声源强度和最佳降噪量

设所讨论的封闭空间声场为简谐稳态声场. 并设空间内任一点  $\vec{r}$  处的声压可用有限个声模态线性迭加表示(为方便起见, 将因子  $e^{i\omega t}$  略去), 即

$$P(\vec{r}, \omega) = \sum_{n=0}^N F_n(\vec{r}) a_n(\omega) = F^T A_P \quad (1)$$

其中,  $F$ ,  $A_P$  分别为噪声场的模态幅度和模态函数(或简正函数)矢量,  $a_n(\omega)$ ,  $F_n(\vec{r})$  是它们的第  $n$  个元素.

为抑制空间噪声, 设引入  $M$  个次级声源. 这些次级声源与初级源产生的声场(分别称为次级声场和初级声场)线性迭加后, 其模态幅度矢量为

$$\begin{aligned} A &= A_P + A_S \\ &= A_P + BQ_S \end{aligned} \quad (2)$$

式中为  $A_P$ ,  $A_S$  为  $N$  维初级和次级声场模态幅度矢量,  $B$  是  $N \times M$  维矩阵, 其  $(n, m)$  元素  $b_{nm}(\omega)$  为第  $m$  个次级声源激发的第  $n$  阶声模态系数,  $Q_S$  是  $M$  维次级声源复强度矢量, 它的第  $m$  个元素为  $q_{sm}$ . (在不致混淆的情况下, 以下一般大写字母表示矢量, 小写表示标量).

声场控制的目标函数(或代价函数)定义为全空间总的声势能.

$$E_P = \left(\frac{1}{2\rho c^2}\right) \int P^2(\vec{r}, \omega) d\vec{v} \quad (3)$$

式中  $\rho, c$  分别为空间内介质密度和声速. 这样定义的目标函数便于理论计算, 同时, 由于  $P(\vec{r}, \omega)$  可直接测量, 因而它对工程实现也是方便的。

将式(1)(2)代入式(3), 并利用模态函数的特性, 有

$$E_P = \left(\frac{1}{2\rho c^2}\right) A^H A \quad (4)$$

式中  $H$  表示对矩阵共轭转置.

将式(2)代入式(4), 可以得出  $E_P$  对  $Q_S$  的依赖关系

$$E_P = \left(\frac{V}{2\rho c^2}\right) [Q_S^H B^H B Q_S + Q_S^H B^H A_P + A_P^H B Q_S + A_P^H A_P] \quad (5)$$

其中  $V$  为封闭空间体积, 可以看出:  $E_P$  是  $Q_S$  的二次型函数.

有源消声的目标就是通过调节次级声源强度  $Q_S$  使  $E_P$  取得最小值, 这可以通过采用无约束最优化方法得到<sup>[6]</sup>. 由此得到的最佳次级声源强度为:

$$Q_{S0} = -[B^H B]^{-1} B^H A_P \quad (6)$$

最小空间总声势能为

$$E_{P0} = \left(\frac{V}{2\rho c^2}\right) [A_P^H A_P - A_P^H B [B^H B]^{-1} B^H A_P] \quad (7)$$

这样就可计算出最佳降噪量. 降噪量(Attenuation Level, 简称 AL<sup>[4]</sup>) 定义为噪声控制前后空间声势能级之差, 因此

$$AL_0 = -10 \lg \left( \frac{E_{P0}}{E_{PP}} \right) \quad (8)$$

### 三、封闭空间有源噪声控制的自适应实现

如直接从式(6)求取最佳次级源强度, 需准确知道初次级声场声模态幅度, 而这往往是不易做到的. 比较有效的是另一种方法, 也就是采用自适应技术, 如图 1 所示的 AANC 系统.

在 AANC 系统中, 设有  $L$  个误差传声器, 位于  $\vec{r}_l (l=1, 2, \dots, L)$  处, 它们监视着降噪效果, 其输出反馈至控制器, 调节次级声源强度. 当系统稳定运行后, 这  $L$  处声势能之和最小. 目前控制器一般采用横向结构 FIR 自适应滤波器, 算法有滤波-X LMS 算法<sup>[9, 10]</sup>, 间歇自适应 IRLS 算法<sup>[7]</sup>等. 最近还进行人工神经网络用于 AANC 的研究<sup>[8]</sup>. AANC 系统能自动求取最佳次级声源强度, 追踪噪声控制系统物理参数的时变特性, 因而被普遍采用.

AANC 系统的目标函数是

$$J_P = \frac{V}{2\rho c^2 L} \sum_{i=1}^L P_i^2(\vec{r}_l, \omega) = P_P^H P_P \quad (9)$$

式中  $P(\vec{r}_l, \omega)$  为  $r_l$  处声压, 它是  $L$  维矢量  $P_P$  的第 1 个元素.  $P_P$  可表示成

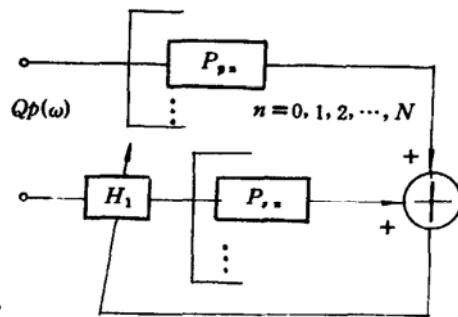


图 1 封闭空间 AANC 示意图

$$\begin{aligned}
 P_P &= P_{PP} + P_{PS} \\
 &= P_{PP} + F_L^T B_S \\
 &= P_{PP} + D Q_S
 \end{aligned} \tag{10}$$

其中  $P_{PP}, P_{PS}$  分别为  $L$  维初、次级声压采样值矢量,  $F_L$  为  $L \times M$  维模态幅度采样值矩阵. 另外,  $D = F_L^T B$ .

将式(10)代入式(9), 同样采用无约束最优化法, 可求得此时的次级声源强度

$$Q_{SL} = -[D^H D]^{-1} D P_P \tag{11}$$

空间总声势能为

$$E_{PL} = \frac{V}{2\rho c^2} [Q_{SL} B^H B Q_{SL} + Q_{SL}^H B^H A_P + A_P^H B Q_{SL} + A_P^H A_P] \tag{12}$$

由此得到的降噪量为

$$\text{AL}_L = -10 \lg \left( \frac{E_{PL}}{E_{PO}} \right) \tag{13}$$

$\text{AL}_L$  就是具体实现一个 AANC 系统所能得到的降噪量.

$\text{AL}_L$  区别于  $\text{AL}_o$  的原因在于  $Q_{SL}$  与  $Q_{SO}$  有差别. 设

$$Q_{SL} = Q_{SO} + Q \tag{14}$$

其中  $Q$  是  $Q_{SL}$  的绝对误差矢量.  $Q$  引起的次级声源幅度误差为

$$A_{se} = B Q \tag{15}$$

将式(14)(15)代入式(12), 并利用式(6)(7)的关系有

$$\begin{aligned}
 E_{PL} &= E_{PO} + \frac{V}{2\rho c^2} [Q_{SO}^H C_1 Q + Q^H C_1 Q_{SO} + Q^H C_1 Q + Q^H C_2 + C_2^H Q] \\
 &= E_{PO} + \frac{V}{2\rho c^2} Q^H C_1 P \\
 &= E_{PO} + \frac{V}{2\rho c^2} A_{se}^H A_{se}
 \end{aligned} \tag{16}$$

式中  $C_1 = B^H B$ ,  $C_2 = B^H A_P$ . 因此, 显然有以下关系

$$E_{PL} \geq E_{PO} \quad (17)$$

也就是说, AANC 系统所得到的降噪量总是小于或等于理论上的最佳降噪量.

下面再来看看  $Q_{SL}$  与  $Q_{SO}$  的关系. 因  $D = F_L^T B$ , 这样

$$Q_{SL} = -[B^H F_L F_L^T B]^{-1} B^H F_L F_L^T A_P \quad (18)$$

对照式(11)与式(6)可以发现, 如果  $C_3 = F_L F_L^T$  趋于单位矩阵, 则  $Q_{SL} \rightarrow Q_{SO}$ . 进而  $AL_L \rightarrow AL_O$ .

由于  $C_3(i, j) = \sum_{l=1}^L F_i(r_l) F_j(r_l)$ , 需使

$$C_3(i, j) = \begin{cases} 1 & i = j \\ 0 & i \neq j \end{cases} \quad (19)$$

从上式可看出: 误差传声器布放总的原则是  $L$  要尽量大, 位置不要放在需要抵消的声模态的节线(面)上. 为得到详细结论, 下面进行计算机仿真研究.

#### 四、小阻尼矩形空间误差传声器布放

设有一矩形封闭空间(如图 2 所示), 其长宽高分别为  $L_x = 2.264\text{m}$ ,  $L_y = 1.132\text{m}$  和  $L_z = 0.186\text{m}$ . 这个模型与文献[3]所选模型一致, 以便有关结果能相互验证. 由于  $L_z$  比  $L_x, L_y$  要小得多, 并比感兴趣的噪声波长要小, 因而它实际上是准二维空间.

噪声源(初级声源), 次级声源分别位于  $P, S$  处.  $E_1-E_4$  用于放置误差传声器(图 3). 设空腔为刚性壁, 并仅考虑稳态驻波声场. 这样, 初次级声场模态幅度, 模态函数分别为<sup>[11]</sup>.

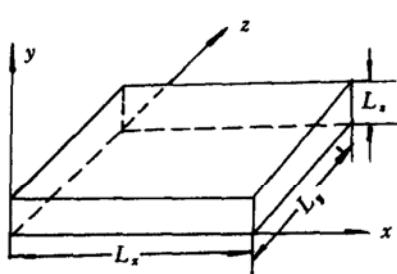


图 2 矩形空间模型

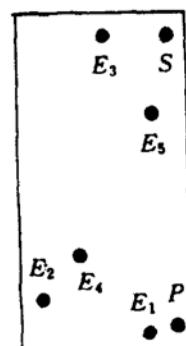


图 3 有关空间点分布

$$\left. \begin{aligned} a_{pn}(\omega) &= \frac{\rho c^2}{V} \frac{\omega F_n(r_p) q_p(\omega)}{2\zeta_n \omega_n \omega - j(\omega_n^2 - \omega^2)} \\ b_{nm}(\omega) &= \frac{\rho c^2}{V} \frac{\omega F_n(r_m)}{2\zeta_n \omega_n \omega - j(\omega_n^2 - \omega^2)} \\ F_n(r) &= \sqrt{\epsilon_{n_1} \epsilon_{n_2} \epsilon_{n_3}} \cos\left(\frac{n_1 \pi x}{L_x}\right) \cos\left(\frac{n_2 \pi y}{L_y}\right) \cos\left(\frac{n_3 \pi z}{L_z}\right) \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

$$\epsilon_n = \begin{cases} 1 & n = 0 \\ 2 & n > 0 \end{cases} \quad (21)$$

其中  $\zeta_n$  为  $n$  阶声模态阻尼比,  $q_p(\omega)$  为初级声源强度. 设  $\zeta_n = 0.01$ ,  $q_p(\omega) = 1$ . 有关空间点坐标为(单位:m)

$$\begin{array}{lll} P(2.087, 0.993, 0.180) & S(0.177, 0.993, 0.180) & E_1(2.087, 0.843, 0.180) \\ E_2(1.892, 0.096, 0.180) & E_3(0.096, 0.566, 0.180) & E_4(1.108, 1.102, 0.180) \\ E_5(1.680, 0.150, 0.180) & & \end{array}$$

在对误差传声器布放作仿真研究之前, 为使计算保持足够的精度, 又能减轻计算负担, 需要确定最大模态数.

### 1. 模态数目的选择

本文仅考虑 50—300Hz 范围内的声场. 计算结果表明: 在 300Hz 以下选取最大声模态数  $N_1=5, N_2=3, N_3=1$ , 空间总声势能计算值与理论值偏差不超过 1dB.

50—300Hz 内起主要作用的声模态有八个, 它们的模态序数和简正频率分别为

$$\begin{array}{lll} (1,0,0) 73.2 \text{Hz} & (0,1,0) (2,0,0) 146.4 \text{Hz} & (1,1,0) 163.7 \text{Hz} \\ (2,1,0) 207.0 \text{Hz} & (3,0,0) 219.6 \text{Hz} & (3,1,0) 263.9 \text{Hz} \\ (0,2,0) (4,0,0) 292.8 \text{Hz} & & \end{array}$$

以上模态函数节线分布如图 4 所示.

### 2. 误差传声器的布放与 $AL_L$ 的关系

对于  $S$  处的次级声源,  $AL_o$  与频率的关系如图 6(a)所示, 这个次级声源能抵消所有声模态. 这一曲线与文献[3]的结果一致. (以下图中,  $E_p, AL$  的单位为 dB, 频率单位为 Hz).

我们计算不同频率下,  $AL_L$  与误差传声器位置的关系. 结果发现,  $AL_L$  直接取决于声模态在空间的分布, 也就是模态节面, 反节面的分布. 图 5(a)(b)分别显示了  $f=146.6 \text{Hz}, 220 \text{Hz}$  时,  $AL_L$  与误差传声器位置的关系. 对照图 4, 图 5 可发现, 在节面处  $AL_L$  最低(负值), 在反节面位置,  $AL_L$  取得最大值. 值得注意的是,  $AL_o$  也直接取决于声模态分布. 对某一声模态, 如一个次级声源布放从节面过渡到反节面, 则  $AL_o$  由大变小, 这一最小值是负值, 也就是空间总声势能比控制前还大<sup>[2,3,5,9]</sup>.

因此, 误差传声器布放准则与次级声源布放准则类似, 也就是说, 如在空间某一点布放次级声源能取得最佳的  $AL_o$ , 则在这一点布放误差传声器, 就能取得最大的  $AL_L$ . 这一结论可由图 6 进一步说明.

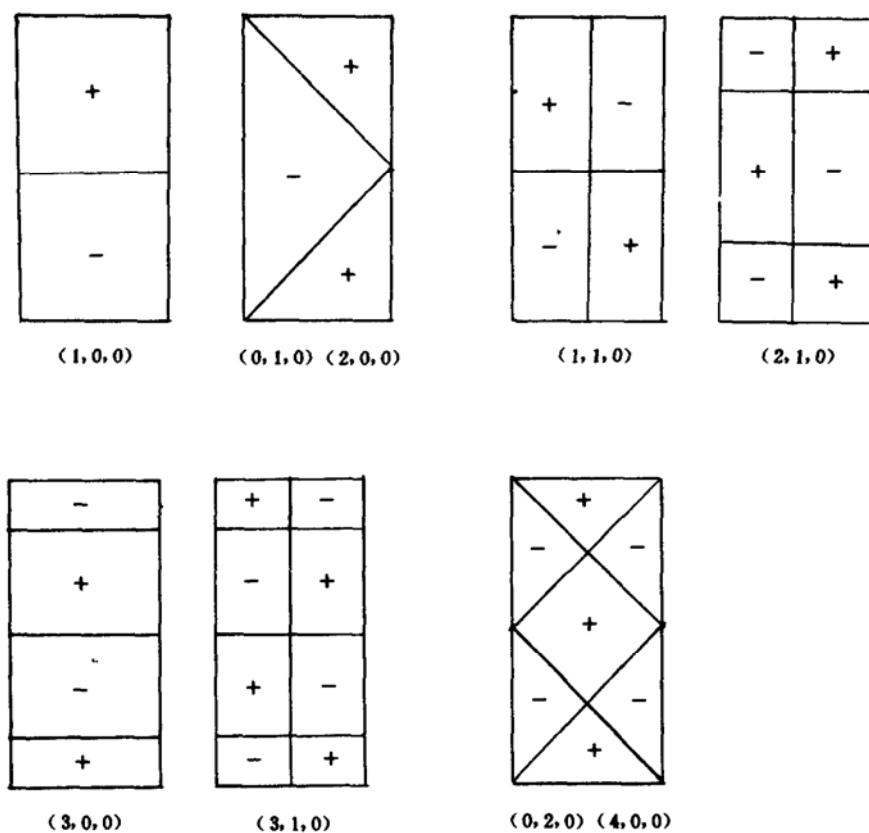
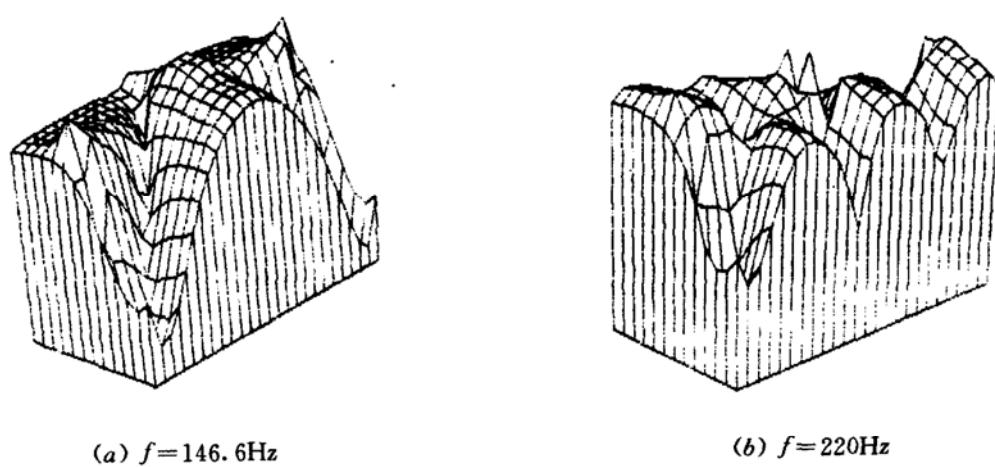


图 4 声模态节面分布

图 5  $\text{AL}_L$  与误差传声器位置的关系

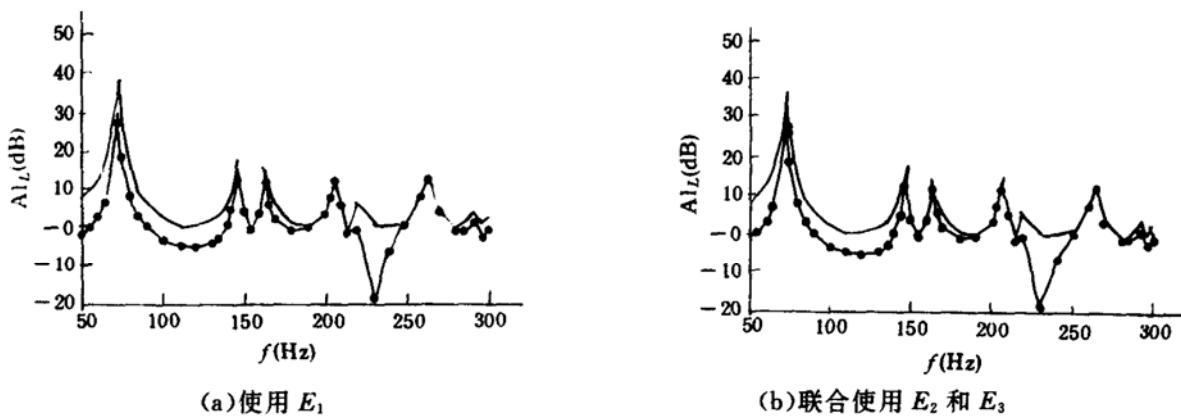
图 6  $AL_L$  与频率的关系

图 6(a)(b)显示了使用单个误差传声器  $E_1$  及联合使用  $E_2, E_3$  时,  $AL_L$  与频率的关系(图中有标示的曲线表示  $AL_L$ , 无标示的曲线表示  $AL_o$ , 坐标横轴为频率). 由于  $E_1$  不靠近所有模态的节面, 因而它能抵消所有声模态, 位于  $E_2$  的误差传感器不能抵消 146.4Hz, 219.6Hz 和 263.9Hz 的噪声, 因为  $E_2$  靠近(0,1,0)(2,0,0).(3,0,0)和(3,1,0)模态节面. 同样, 位于  $E_3$  的误差传感器不能抵消 163.7Hz, 207.2Hz 和 263.9Hz 的噪声, 是因为  $E_3$  处于(1,1,0),(2,1,0),(3,1,0)模态节面. 但如联合使用  $E_2, E_3$  则除(3,1,0)外(因为  $E_2, E_3$  都处于它的节面处), 其余模态都能抵消. 顺便指出, 虽然  $E_3$  处于(0,1,0)模态节面, 但不处于(2,0,0)模态节面, 因而  $f=146.4\text{Hz}$  的噪声能够抵消. 这些结论与次级源布放对  $AL_o$  的影响结论<sup>[3]</sup>也是类似的.

观察图 6、7 可以发现, 当  $f=f_n$  时,  $AL_L$  较大, 而在这些频率之外,  $AL_L$  变小. 为提高非特征频率处的降噪量, 必须增加误差传声器的数目. 如前所述, 过多的误差传声器给系统实现带来诸多不便. 为此, 本文提出误差信号内插来解决这个问题.

## 五、误差信号的数字内插

根据空间采样定理, 角频率为  $\omega$  的声场  $p(\vec{r}, \omega)$  可以用小于半波长间隔上的空间采样值来确定<sup>[12]</sup>, 即

$$P(x, y, z, \omega) = \sum_{l=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} P(x_l, y_m, z_n) s(l, m, n, x, y, z) \quad (22a)$$

$$s(l, m, n, x, y, z) = \frac{\sin(\frac{\pi x}{\Delta_x} - l\pi)}{\frac{\pi x}{\Delta_x} - l\pi} \frac{\sin(\frac{\pi y}{\Delta_y} - m\pi)}{\frac{\pi y}{\Delta_y} - m\pi} \frac{\sin(\frac{\pi z}{\Delta_z} - n\pi)}{\frac{\pi z}{\Delta_z} - n\pi} \quad (22b)$$

其中  $\Delta_x, \Delta_y, \Delta_z$  是沿  $x, y, z$  的采样间隔,  $s(l, m, n, x, y, z)$  是内插函数.

观察式(1)发现, 对某一特定时刻  $t$ ,  $p(\vec{r}, t)$  的采样与内插仅针对特征函数  $F_n(\vec{r})$ , 模态幅度与空间位置无关. 因此, 空间声压的采样就是对模态函数的采样, 空间采样定理成立的条件取决于模态函数.

当采样点数(即误差传声器个数)满足采样定理的要求, 其它位置的声压值通过式(22)内

插得到.这就相当于减少了误差传声器个数.

如在  $E_2-E_5$  处放置 4 个误差传声器,  $AL_L(f)$  如图 7(a)所示, 在 130Hz 左右  $AL_L$  为负值. 根据式(22)内插另外四个点的声压值, 这四个点的空间位置分别为

$$\begin{array}{ll} (0.754, 0.377, 0.18) & (1.508, 0.377, 0.18) \\ (1.508, 0.754, 0.18) & (0.754, 0.754, 0.180) \end{array}$$

此种情况下,  $AL_L$  随频率的变化曲线如图 7(b)所示, 可以看出,  $AL_L$  在非特征频率处有了显著改善.

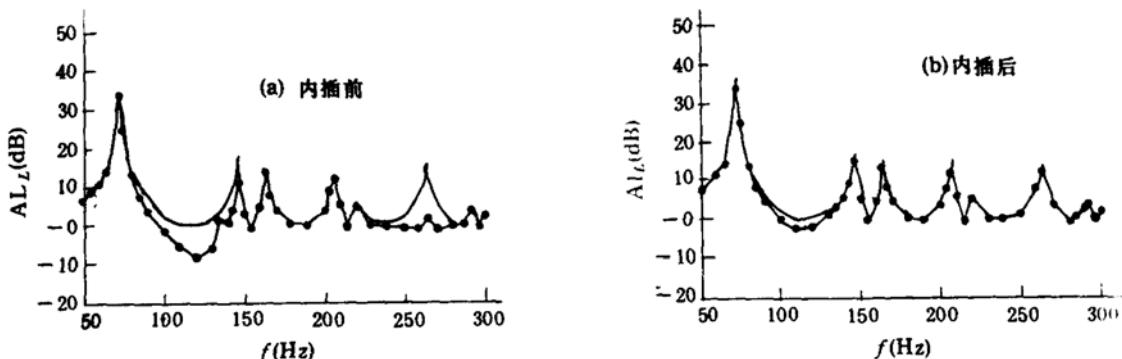


图 7 误差信号内插对  $AL_L$  的影响

## 六、结 论

本文研究了不同位置和个数的误差传声器对封闭空间 AANC 系统降噪量的影响, 发现误差传声器布放准则与次级声源布放准则类似. 由于次级声源布放的研究已相当深入, 因而误差传声器布放可借鉴次级声源布放研究成果. 文章还提出误差信号内插法以减少非特征频率处所需的误差传声器, 提高降噪量. 在几何形状不规则的噪声控制空间内, 对频率上限较高的带宽噪声, 这一方法尤为重要.

## 参 考 文 献

- [1] Jiri Tichy, "Current and future of active noise control", Proceedings of International Symposium on Active control of Sound and vibration, Apr. 1991, 11—20.
- [2] Bullmore, A. J., Nelson, P. A., Elliott, S. J., "Models for evaluating the performance of propeller aircraft active noise control system", AIAA-87-2707(1978).
- [3] Curtis, A. R. D., Elliott, S. J., Bullmore, A. J., Nelson, P. A., "The Active minimization of harmonic enclosed sound fields, part II:a computer simulation", *J. sound and Vib.*, 117(1)(1987), 15—33.
- [4] 陈克安, 孙进才, "局部空间自适应宽带有源消声", 应用声学, 9(1991)No. 4, 26—30.
- [5] Chen, K. A., Ma, Y. L., "Theoretical study on active control of low frequency self-noise inside a sonar dome", Proceedings of Inter-noise'91, 617—620.
- [6] Snyder, S. D., Hansen, C. H., "Active noise control in ducts: some physical insights", *J. Acoust. Soc Am.*, 86(1) (1989), 184—194.

- 
- [7] Chen, K. A., Ma, Y. L., "An intermittent RLS algorithm and its application to active wideband noise control", IEEE International Symposium on industrial and electronics, Xi'an, 1992.
  - [8] 陈克安, 马远良, "具有多层前馈网络结构的自适应有源消声系统", 第四届全国信号处理学术会议论文集, 936—939, 1992. 4.
  - [9] Burgess, J. C., "Active adaptive sound control in a duct: a computer simulations", *J. Acoust. soc. Am.*, 70, 715—726.
  - [10] Elliott, S. J., Stothers, I. M., Nelson, P. A., "A multiple Error LMS algorithm and its application to the active control of sound and vibration", *IEEE trans on ASSP-35*(1987), No. 10, 1423—1433.
  - [11] Morse, P. M., "Vibration and sound", New York: McGraw-Hill(1948).
  - [12] Knight, W. C., Pridham, R. G., Kay, S. M., "Digital signal processing for sonar", Proc. IEEE, Vol. 69, No. 11, 1451—1506.