

# 广义指向性信号模型的基阵处理

竺士蒙 宋明凯 官先仪

(杭州应用声学研究所, 富阳, 311400)

1990年10月8日收到

**摘要** 基阵处理是对空间传播波所载信息的处理。在实际水声环境中, 信号波阵面在随机时变介质中传播, 常常出现空间解相关, 导致波向量谱以真正的信号到达方向(DOA)为中心的角扩展。本文论述了这种带有角扩展的所谓广义指向性信号的基阵处理, 并就这种信号模型在能量意义上实现了信号匹配。本文还给出了广义指向性信号模型的计算机模拟方法, 同时给出了一些计算机模拟的结果和新安江水库实验数据。

## Array processing based on generalized directional signal model with angular spread

ZHU Shimeng SONG Mingkai and GONG Xianyi

(Hangzhou Institute of Applied Acoustics)

Received October 8, 1990

**Abstract** Array processing is to process the signals carried by the propagating waves received with an array of sensors. When signals propagate through the practical random time-variant medium, their wavefronts can show progressive losses of coherence with increasing spatial separation. These decorrelations of wavefronts result in an angular spread in the wavenumber spectrum centered about the true signal Direction-Of-Arrival (DOA). This paper puts the emphasis upon the array processing of the angular-spread signal which is called the generalized directional signal and aims to match this signal model in the energy sense. In this paper, we present an approach to the computer simulation of the so-called generalized directional signal model. Some results of computer simulation experiments and lake-tests in Xinganjiang river are also given.

## 一、引言

基阵(信号)处理实质上是对传播波中所载信号的处理。在早期的发展过程中, 基阵处理对传播条件作了最理想化的近似, 即认为声波是在无限均匀的理想介质中的平面波(或球面波)传播。基于信号匹配的观点, 基阵处理最简单的实现方式是延时(相移)——求和的常规波束形成, 它在弱指向性的环境噪声背景下有可以接受的性能。在出现平面波干扰这种极端不均匀背景情况下, 发展了自适应波束形成技术, 其中最典型的是最小方差不失真响应(MVDR)波束形成。

在实际水声环境中,由于传播介质的随机时变特性,平面波阵面出现空间扰动,形成空间解相关,导致波向量谱以真正的 DOA 为中心的角扩展。如果认为平面波信号是严格意义上的指向性信号的话,那么这种带有波阵面空间扰动的信号就是所谓的广义指向性信号(或称角扩展信号)。基于平面波信号模型的基阵处理方法象常规波束形成和 MVDR 波束形成都不能匹配这种广义指向性信号,其基阵增益随着角扩展的增大而减少。本文应用特征波束形成方法造成一种空间“补偿”状态,通过这种补偿使广义指向性信号的波阵面平面波化,从而在能量意义上实现了信号匹配。本文还给出了广义指向性信号的计算机模拟方法,同时还给出了一些计算机模拟结果和新安江水库实验结果。

## 二、广义指向性信号建模的实际意义和数学表征

在实际水声环境中,由于传播介质的随机时变特性,信号波阵面出现空间扰动。虽然从平均意义上讲,传播波仍可以认为是平面波信号(特别是一定尺度的水平声场结构是如此),但是每一时刻到达接收基阵的波阵面不再是绝对的平面,往往存在着随机扰动。这种现象可以认为是理想平面波信号乘以一个空间扰动过程。考虑一个  $M$  元等间隔线阵,基元间距为  $d$ ,则第  $i$  个基元接收到的广义指向性信号为:

$$y_i(t) = g_i(t) s(t) \exp[-j2\pi f_0/c(i-1)d \sin \theta_s] \quad (1)$$

式中  $\theta_s$  是窄带信号  $s(t)$  的平均 DOA,  $f_0$  是  $s(t)$  的中心频率,  $c$  是传播速度,  $g_i(t)$  表示平面波阵面在第  $i$  个基元位置的空间扰动

$$g_i(t) = \phi_i(t) \exp[j\psi_i(t)] \quad (2)$$

式中  $\phi_i(t)$  是第  $i$  个基元相对于第 1 个基元的扰动幅度,  $\psi_i(t)$  是第  $i$  个基元相对于第 1 个基元的扰动相位。广义指向性信号波阵面的空间相干函数

$$b_{ij} = \frac{E[g_i(t)g_j(t)^*]}{[E|g_i(t)|^2 E|g_j(t)|^2]^{1/2}} \quad (3)$$

式中  $E$  表示均值运算,  $*$  表示复共轭运算。对于有代表性的指数衰减空间相干函数

$$b_{ij} = e^{-\sigma^2|i-j|} \quad (4)$$

式中  $\sigma^2$  是衰减常数,它表征着波阵面的空间相干损失。当  $\sigma^2 = 1/18$  时,相邻基元之间波阵面的空间相干损失约为 0.24dB。我们称

$$\mathbf{R}_G = [b_{ij}]_{M \times M} \quad (5)$$

为解相关矩阵。

不失概念陈述的一般性,我们考虑只有幅度扰动情况,即

$$\psi_i(t) \equiv 0 \quad (6)$$

并且

$$E[\phi_i(t)] = 1 \quad (7)$$

(它保证了传播波在平均意义上保持着平面波特性的)。显然平面波信号是这种情况的一个特例,只要

$$\phi_i(t) \equiv 1 \quad (8)$$

这时

$$\mathbf{R}_G = \begin{bmatrix} 1 & \cdots & 1 \\ \vdots & & \vdots \\ 1 & \cdots & 1 \end{bmatrix}_{M \times M} \quad (9)$$

第  $i$  个基元接收到的平面波信号为:

$$x_i(t) = s(t)e^{-j2\pi f_0/C(i-1)d\sin\theta_s} \quad (10)$$

用向量表示即为:

$$\mathbf{X} = [x_1(t)^*, \dots, x_M(t)^*]^{\dagger} = s(t)\mathbf{D}(\theta_s) \quad (11)$$

式中

$$\mathbf{D}(\theta_s) = [1, \dots, e^{j2\pi f_0/C(M-1)d\sin\theta_s}]^{\dagger} \quad (12)$$

式中  $\dagger$  表示复共轭转置运算, 式(1)用向量表示即为:

$$\mathbf{Y} = [y_1(t)^*, \dots, y_M(t)^*]^{\dagger} = \mathbf{G} \circ \mathbf{X} \quad (13)$$

式中

$$\mathbf{G} = [g_1(t)^*, \dots, g_M(t)^*]^{\dagger} \quad (14)$$

$\circ$  表示元素乘元素的 Schur-Hadamard 矩阵(向量)乘积(简称  $S-H$  乘)。式(13)就是广义指向性信号模型的数学表征, 下一节模型的计算机模拟也是基于此式。

### 三、模型的计算机模拟

与平面波信号不同, 广义指向性信号的模拟不能简单地用对应于 DOA 的时延或相移来获得。由(13)式得知, 如果用对应于信号 DOA 的时延或相移来产生平面波信号  $\mathbf{X}$ , 对于有代表性的指数衰减的空间相干函数, 用  $RC$  低通信号的适当时延  $K_A$  来产生空间扰动过程  $\mathbf{G}$ , 那么它们的  $S-H$  乘就得到广义指向性信号  $\mathbf{Y}$ 。计算机模拟的算法框图如图(1)所示。其中的模拟参数选为:  $M = 4, C = 1500\text{m/s}, f_0 = 1\text{kHz}, d = C/(2f_0) = 0.75\text{m}$ , 采样频率  $f_s = 4\text{kHz}, \theta_s = 0^\circ, RC = 18/4000\text{s}, K_A$  由给定的角扩展计算得到。例如角扩展  $1^\circ$  时,  $K_A = 1/4000\text{s}$  (相邻基元之间的空间相干损失约为  $0.24\text{dB}$ )。

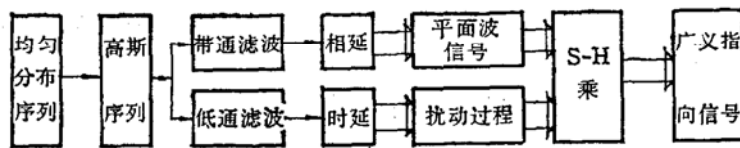


图1 模拟广义指向性信号的算法框图

### 四、基阵处理方法

波束形成是一种基本的基阵处理方法。它是一个多输入-单输出系统, 如图2所示。首先对基阵的每一个基元输出  $y_i(t) + n_i(t)$  进行加权  $W_i(t)^*$ , 然后相加得到一个时间序列  $O(t)$ 。用向量表示即为

$$O(t) = \mathbf{W}^+ \mathbf{Y} + \mathbf{W}^+ \mathbf{N} \quad (15)$$

式中

$$\mathbf{W} = [W_1(t)^*, \dots, W_M(t)^*]^T \tag{16}$$

$$\mathbf{N} = [n_1(t)^*, \dots, n_M(t)^*]^T \tag{17}$$

$n_i(t)$  是第  $i$  个基元接收到的背景噪声分量。假定它是空间白噪声，且与信号不相关。通常，波束形成器加权向量  $\mathbf{W}$  的设计是基于最大信噪比增益准则

$$\text{Max} \frac{\mathbf{W}^T \mathbf{P} \mathbf{W} \sigma_n^2}{\mathbf{W}^T \mathbf{Q} \mathbf{W} \sigma_s^2} \tag{18}$$

式中

$$\mathbf{Q} = E[\mathbf{N}\mathbf{N}^T] = \sigma_n^2 \mathbf{I} \tag{19}$$

$$\mathbf{P} = E[\mathbf{Y}\mathbf{Y}^T] = \mathbf{R}_G \circ \mathbf{R}_X \tag{20}$$

$$\mathbf{R}_X = E[\mathbf{X}\mathbf{X}^T] = \sigma_s^2 \mathbf{D}(\theta_s) \mathbf{D}(\theta_s)^T \tag{21}$$

其中  $\sigma_n^2$  是噪声功率， $\mathbf{I}$  是单位矩阵， $\sigma_s^2$  是信号功率。本文的重点就是寻求适合上述信号(噪声)模型的基阵处理技术。

1. 常规的延时(相移)——求和波束形成

常规的延时(相移)——求和波束形成器的加权向量

$$\mathbf{W}_{DS} = \mathbf{D}(\theta_s) \tag{22}$$

其信噪比增益

$$G_{DS} = \frac{\mathbf{D}(\theta_s)^T [\mathbf{R}_G \circ \mathbf{D}(\theta_s) \mathbf{D}(\theta_s)^T] \mathbf{D}(\theta_s)}{\mathbf{D}(\theta_s)^T \mathbf{D}(\theta_s)} \tag{23}$$

这里的  $\mathbf{R}_G \circ \mathbf{D}(\theta_s) \mathbf{D}(\theta_s)^T$  是一个满秩矩阵，设  $\{\lambda_1 \geq \dots \geq \lambda_M\}$  和  $\{\mathbf{e}_1, \dots, \mathbf{e}_M\}$  是它的  $M$  个特征值和相应的  $M$  个特征向量，即

$$\mathbf{R}_G \circ \mathbf{D}(\theta_s) \mathbf{D}(\theta_s)^T = \sum_{i=1}^M \lambda_i \mathbf{e}_i \mathbf{e}_i^T = \mathbf{M} \mathbf{\Lambda} \mathbf{M}^T \tag{24}$$

式中

$$\mathbf{M} = [\mathbf{e}_1, \dots, \mathbf{e}_M] \tag{25}$$

$$\mathbf{\Lambda} = \text{diag}\{\lambda_1, \dots, \lambda_M\} \tag{26}$$

可以看出，随着角扩展增大特征值分散(最大特征值  $\lambda_1$  逐渐减少)。并且，在一定的角扩展范围内，最大特征值  $\lambda_1$  所对应的特征向量  $\mathbf{e}_1$  近似地保持与  $\mathbf{D}(\theta_s)$  同相(或者说，随着角扩展的增大， $\mathbf{e}_1$  越来越偏离  $\mathbf{D}(\theta_s)$ ) 这样

$$G_{DS} \approx \lambda_1 \leq M \tag{27}$$

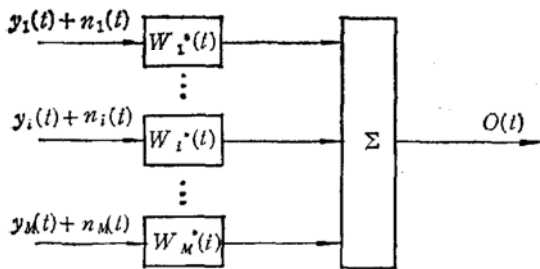


图2 波束形成器的结构框图

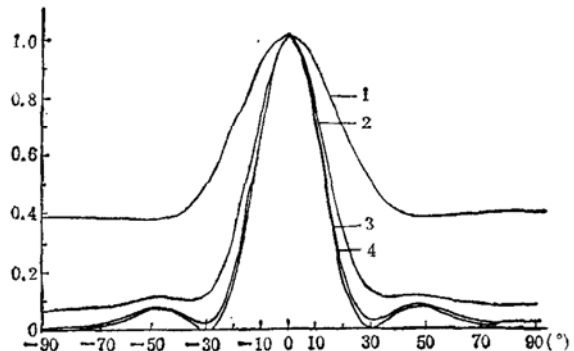


图3 广义指向性信号的常规波束图

只是在平面波信号的情况下,  $G_{DS} = \lambda_1 = M$ , 常规波束形成才是最佳的. 图 3 中曲线 4, 3, 2 和 1 分别给出了角扩展  $0^\circ$ 、 $1^\circ$ 、 $4.5^\circ$  和  $18^\circ$  四种情况下, 常规波束图主瓣变宽和“背景”增高的情况, 并且其峰值位置始终保持在信号的平均 DOA 上. 我们认为, 在一定的角扩展范围内, 广义指向性信号是反映着信号平均 DOA 特性的平面波信号与反映着导致主瓣变宽和“背景”增高的角扩展特性的背景噪声的迭加.

## 2. MVDR 波束形成

基于特征向量约束的 MVDR 波束形成的加权向量<sup>[3]</sup>

$$W_{MV} = MA^{1/2} \mathbf{1} \quad (28)$$

其信噪比增益

$$G_{MV} = \frac{W_{MV}^+ [R_G \circ D(\theta_s) D(\theta_s)^+] W_{MV}}{W_{MV}^+ W_{MV}} = \frac{\sum_{i=1}^M \lambda_i^2}{\sum_{i=1}^M \lambda_i} \leq G_{DS} \quad (29)$$

式 1 表示由  $M$  个 1 组成的列向量基于信号匹配的观点, 波束形成器的加权向量(矩阵)应当是信号协方差矩阵  $R_G \circ D(\theta_s) D(\theta_s)^+$  的非零特征值相对应的特征向量所组成的向量(矩阵). 对于平面波信号模型, 波束形成器的加权向量即为信号的归一化方向向量, 也就是信号协方差矩阵的非零特征值相对应的特征向量. 对于广义指向性信号来说, 我们用信号协方差矩阵的非零特征值相对应的特征向量所组成的矩阵  $MA^{1/2}$  对基阵数据向量  $Y + N$  进行矩阵滤波, 从而得到(特征)波束域的  $M$  路输出信号  $Z$  为:

$$Z = [Z_1(t)^*, \dots, Z_M(t)^*]^+ = [MA^{1/2}]^+(Y + N) \quad (30)$$

也就是说, 将阵元域  $Y + N$  变换到了波束域  $Z$ . 由于用以加权的向量正是基阵数据协方差矩阵的特征向量, 并且它们之间存在着正交性, 所以波束输出向量  $Z$  各分量之间是不相关的. 对  $Z$  各分量的直接相加得到的结果, 就是基于特征向量约束的 MVDR 波束形成的输出, 其基阵增益  $G_{MV}$  还不如常规波束形成的  $G_{DS}$ . 文献 [1] 通过对  $Z$  各分量平方后相加, 得到所谓的非相干处理增益, 其基阵增益可以大于常规波束形成的  $G_{DS}$ <sup>[1]</sup>

$$G_{opt} = \left[ \sum_{i=1}^M \lambda_i^2 \right]^{1/2} \geq G_{DS} \quad (31)$$

但是,  $G_{opt}$  仍然小于  $M$ . 我们显然不能在域变换中造成一种空间“白化”的状态, 相反地却必须造成一种空间“补偿”的状态, 这可以说是在均匀时空不变信道中由于传播程差造成解相关从而引入时间补偿的一种推广. 从统计平均的观点看来, 新的域变换矩阵必须包含有解相关矩阵  $R_G$  的逆的信息, 这样就形成了一种新的匹配广义指向性信号的方法.

## 3. 特征波束形成<sup>[4]</sup>

因为我们考虑的是随机(时变)波阵面扰动所造成的空间解相关, 所以只能利用已知(或通过估计, 或经参量化后的搜索, 或通过造成解相关的传播条件建模而求得)解相关矩阵  $R_G$  的知识, 在信号能量意义上进行补偿, 而不可能在瞬时波形意义上进行补偿. 求解相关矩阵

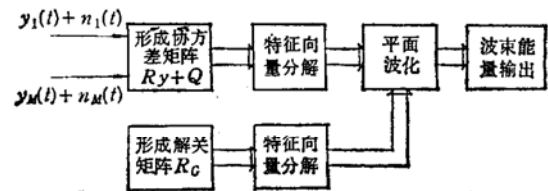


图 4 特征波束形成的结构框图

$R_G$  最大特征值所对应的特征向量  $e_1^{(G)}$ , 按下式求得补偿后的协方差矩阵  $R_x$  的最大特征值所对应的特征向量或者信号方向向量  $D(\theta_s)$

$$e_1 = e_1^{(G)} \circ D(\theta_s)^{[2]} \quad (32)$$

然后用驱动向量  $D(\theta)$  对它进行扫描求得波束的能量输出。这一过程用框图表示如图 4 所示。

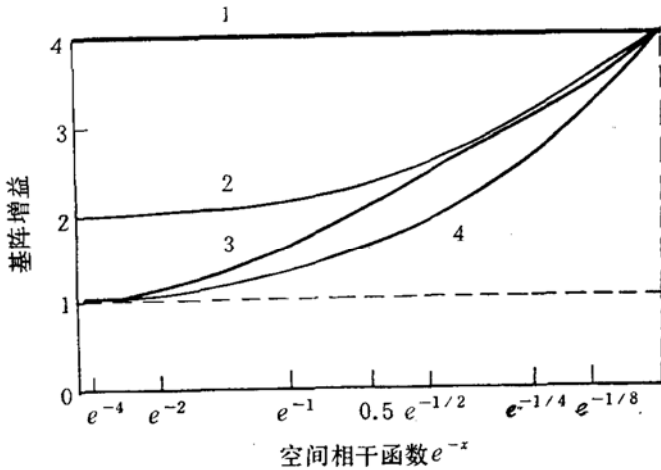


图 5 特征波束形成曲线1,最佳的非相干处理曲线2,常规波束形成曲线3和基于特征向量约束的 MVDR 波束形成曲线4,四种基阵处理方法匹配广义指向性信号的能力

这就是说,应用特征波束形成方法造成一种空间补偿状态,通过这种补偿使波阵面平面波化,这样必将使总的特征波束输出达到最大,在能量意义上实现了信号匹配<sup>[4]</sup>. 这种特征波束形成是一种加权向量

$$W_{E1} = W_{DS} - D(\theta_s) \quad (33)$$

的波束形成器,但它是对平面波化后的结果  $D(\theta_s)$  (或者是  $R_x$ ) 加权,而不是象常规波束形成那样直接对基阵数据加权. 其基阵增益为

$$G_{E1} = M \quad (34)$$

图 5 分别给出了特征波束形成,最佳的非相干处理,常规波束形成和基于特征向量约束的 MVDR 波束

形成四种方法匹配广义指向性信号的能力,其基阵增益依次减少,  $G_{E1} \geq G_{opt} \geq G_{DS} \geq G_{MV}$ .

在计算机模拟实验的基础上,我们用构成的实验系统在新安江水库进行了实验研究. 实验区水域开阔,水深约 60m. 从湖面到水深 20m 是一个等温层,声速为 1483m/s, 20m 以下声速为负梯度分布,声速剖面如图 6 所示. 四元等间隔线阵,基元间距  $d = 0.74m$ . 基阵保持水平放置,入水深 6.3m. 在距离基阵 18m 处的换能器(深也是 6.3m)发射一个 900Hz 的单频信号,它是一个近似于平面波的广义指向性信号,角扩展约  $1^\circ$ . 图 7 给出了它的常规波束图和特征波束图.

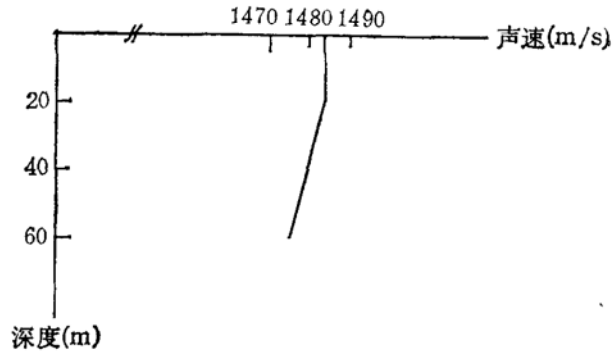


图 6 声速剖面图

实验时还用水库大坝的机组噪声作为声源. 水库大坝有若干个发电机组,离基阵约 500m. 发电时,或者全部机组工作或者部份机组工作,往往是一种有明显指向性的分布噪声源,一般可以作为所谓广义指向性信号来处理. 图 8 给出了它的常规波束图和特征波束图. 可见,特征波束形成已经在信号能量意义上匹配了这种广义指向性信号. 特征波束图比较地接近图 3 中曲线 1 的平面波信号的常规波束图. 并且,对于平面波信号来说,特征波束形成也就退化为常规波束形成. 对于实验数据未知的解相关矩阵  $R_G$ ,我们要通过估计得到. 用常规波束形成来估计广义指向性信号的平均 DOA, 设为  $\theta_s$ , 从而按下式估计出解相关矩阵

$$R_G = [D(-\theta_s)D(-\theta_s)^T] \circ [P + Q] \quad (35)$$

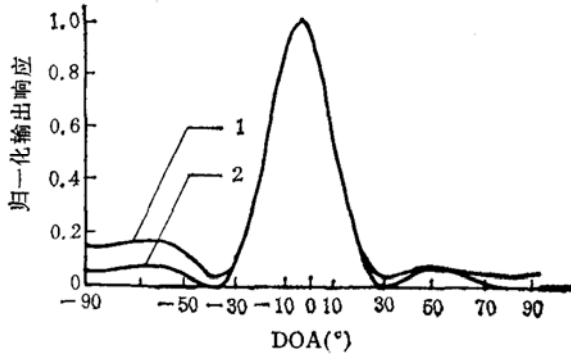


图7 实验发射信号的常规波束图曲线1和特征波束图曲线2

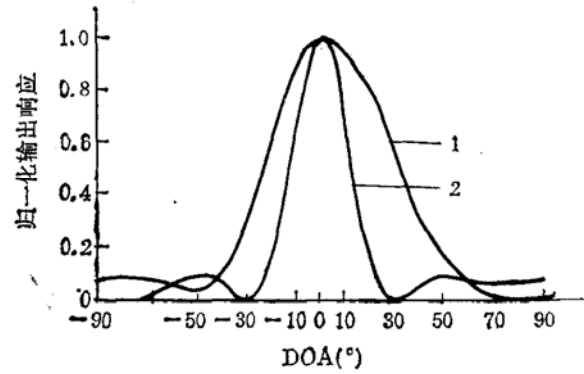


图8 水库大坝的机组噪声信号的常规波束图曲线1和特征波束图曲线2

## 五、结 语

基阵处理的一个最基本的目的是为了获得(最大的)信噪比增益。对于平面波信号模型,基阵处理最简单的实现方式是延时-求和的常规波束形成,其波束形成器的加权向量、信号协方差矩阵的非零特征值所对应的特征向量和信号的归一化方向向量三者相等。对于广义指向性信号来说,信号协方差矩阵是一个满秩矩阵,随着角扩展的增大,特征值逐渐分散。本文研究了基于这种广义指向性信号模型的基阵处理,并应用特征波束形成方法在信号能量意义上补偿了时间起伏所造成的波阵面空间相关扰动。这类问题的深入研究必须致力于改进信号的建模,不仅要考虑随机或非相干起伏,而且更重要的是要考虑相干或直流成份,并研究与这种比较符合实际的模型相适应的基阵处理方法,从而改善在信号波形意义上的空间补偿能力。

## 参 考 文 献

- [1] H. Cox, "Sensitivity considerations in adaptive beamforming", *In Signal Processing*, ed. J.W.R. Griffiths et al, 1973
- [2] A. Paulraj and T. Kailath, "Direction of arrival estimation by eigenstructure methods with imperfect spatial coherence of wave fronts", *J. Acoust. Soc. Am.* **83** (1988), No. 3, March, 10-49.
- [3] 竺士蒙, "波束形成的特征向量方法", 杭州应用声学研究所, 硕士学位论文, 1990年3月
- [4] 竺士蒙 宋明凯 官先仪, "特征波束形成及其模拟实验研究", 《声学及电子工程》, 1990年, 第1期, 11-17.