

棒板耦合结构的振动能量传输研究*

王冲

沙家正

(西北工业大学声学所, 西安, 710072)

(南京大学声学所, 南京, 210008)

1990年1月22日

摘要 本文以棒、板耦合结构为例,从理论和实验上证明和验证了统计能量方法对强耦合结构仍然适用;进而又对该结构的耦合损耗因子进行了较为详细的计算和讨论,并与弱耦合条件下的统计能量方法结果进行了比较,得出了该方法适用的条件以及在低模态密度情况下耦合损耗因子的表示式;最后通过大量实验对所得结论进行了验证,结果是令人满意的。

Study on vibrational energy transfer in beam-plate coupled structure

WANG Chong

(Institute of Acoustical Engineering, Northwestern Polytechnical University)

SHA Jiazheng

(Institute of Acoustics, Nanjing University)

Received January 22, 1990

Abstract In this paper, a beam-plate coupled structure is considered. The derivation of exact expressions for power transfer and numerical computation are carried out. It is found that the SEA techniques may be appropriate for strongly coupled structures and that the general SEA result provides good agreement with the exact calculation when modal overlap is high. The derived formula is applied to predict the coupling loss factor and vibrational energy of substructures. The agreement between estimated and measured values is in most case quite good.

一、引言

振动能量在耦合结构中的传播是一个重要而又较复杂的问题。传统的解法是从弹性力学、振动学和波动声学出发,列出各振动结构的振动方程以及与结构连接方式相对应的边界条件,解出各结构的表面振速,从而得到振动能量。它着重分析结构振动的详细过程以及描述结构中存在的各模态的振动情况,但随着结构的复杂、边界条件的增多,特别是随着结构频率增高,振动模式增多后,计算量大大增加,使这种分析方法的进行非常困难。

六十年代以来发展起来的统计能量分析方法(SEA)为我们提供了一个解决声场充分扩散和结构不规则条件下结构振动、隔声以及复杂的声或振动问题的有效方法。目前它已在估

* 此文系王冲在南京大学所做硕士论文部分内容。

计结构中的振动能量分布以及结构的总损耗因子;预测各子结构的声辐射能量;研究声波在建筑结构中的传播以及单层墙、双层墙的隔声问题;计算耦合空间的声场与混响时间等方面有了很广泛的应用。

但值得注意的是,虽然系统间弱耦合条件下的统计能量理论已建立,但在强耦合情况下统计能量理论的正确性目前还不十分明确。在实际应用中,也发现在有些情况下,特别是当模态密度较低时,已建立起来的统计能量理论并不能很好地解决问题。目前这一问题已越来越引起重视。

自七十年代以来, Davies 从理论上讨论了两系统线性耦合情况^[1],他发现系统间功率流仍正比于两系统振动能量之差,而耦合强度仅与比例系数有关; Keane 也得出了相同的结论^[2],此外 Davies 还从理论上讨论了两棒钢性连接情况^[3]; Dimitriadis 也从理论上讨论了两板钢性连接的情况^[4],他们均认为 SEA 理论对强耦合仍适用,但遗憾的是结论并没有实验上的验证。

本文则选取了棒、板通过钢性连接的结构,首先进行理论上的推导,也得到了 SEA 理论本身不依赖于耦合强度的结论,并进一步对棒板耦合损耗因子进行了计算,讨论了耦合损耗因子与带宽、棒的损耗因子的关系,从而得到低模态密度下耦合损耗因子的表示式,最后通过实验对所得结果进行了验证。

二、理论计算

1. 运动方程

图 1 表示了一棒、板耦合结构、棒的一端与板钢性连接,棒、板上各作用一任意力 $f_1(x, t)$, $f_2(y, z, t)$, 振动能量通过连接处的力矩阻抗相互传递,则棒、板各自的运动方程为:

$$\rho_1 \ddot{y} + B_1(1 + j\eta_1)\Delta\Delta y - M_{cl}\delta'(x) = f_1(x, t) \quad (1)$$

$$\rho_2 \ddot{x} + B_2(1 + j\eta_2)\Delta\Delta x + M_{cl}\delta'(y)\delta(z) = f_2(y, z, t) \quad (2)$$

式中,下标“1”代表棒,下标“2”代表板, ρ_1 为棒单位长度的质量, B_1 为棒的弯曲刚度, η_1 为棒的损耗因子; ρ_2 为板单位面积的质量, B_2 为板单位宽度的弯曲刚度, η_2 为板的损耗因子; M_{cl} 为连接处的弯曲力矩, $\delta'(\bullet)$ 为 Dirac delta 函数的一阶导数。

下面对棒和板的运动方程分别进行处理:

(1) 棒

对 (1) 式两边作傅氏变换

$$-\omega^2 \rho_1 Y(\omega) + B_1(1 + j\eta_1)\Delta\Delta Y(\omega) - M_c(\omega)\delta'(x) = F_1(x, \omega) \quad (3)$$

其中 $Y(\omega)$, $M_c(\omega)$, $F_1(x, \omega)$ 分别是 $y(x, t)$, M_{cl} , $f_1(x, t)$ 的傅氏变换。 $Y(\omega)$ 可按其

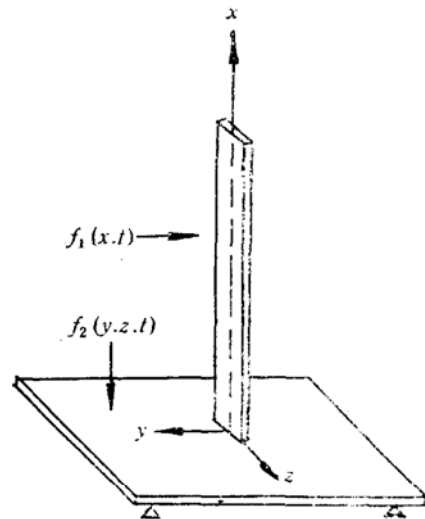


图 1 棒、板耦合结构

本征函数展开。

$$Y(\omega) = \sum a_n(\omega) \phi_n(x) \quad (4)$$

考虑到本征函数 $\phi_n(x)$ 满足

$$B_1 \Delta \Delta \phi_n(x) - \rho_1 \omega_n^2 \phi_n(x) = 0 \quad (5)$$

则

$$\sum \rho_1 [\omega_n^2 (1 + j\eta_1) - \omega^2] a_n(\omega) \phi_n(x) - M_c(\omega) \delta'(x) = F_1(x, \omega) \quad (6)$$

上式两边同乘以 $\phi_m(x)$ 且在 $[0, L]$ 内积分, 有:

$$\frac{L}{2} H_{1n} a_n(\omega) + M_c(\omega) \phi'_n(0) = F_{1n}(\omega) \quad (7)$$

其中

$$H_{1n} = \rho_1 [\omega_n^2 (1 + j\eta_1) - \omega^2]$$

$$F_{1n} = \int_0^L F_1(x, \omega) \phi_n(x) dx$$

(2) 板

同样对 (2) 式两边作傅氏变换

$$-\omega^2 \rho_2 X(\omega) + B_2 (1 + j\eta_2) \Delta \Delta X(\omega) + M_c(\omega) \delta'(y) \delta(z) = F_2(\omega, y, z) \quad (8)$$

其中 $X(\omega)$, $F_2(\omega, y, z)$ 为 $x(t, y, z)$, $f_2(t, y, z)$ 的傅氏变换。 $X(\omega)$ 可按其本征函数 $\varphi_{nm}(y, z)$ 展开。

$$X(\omega) = \sum \sum b_{nm}(\omega) \varphi_{nm}(y, z) \quad (9)$$

考虑到本征函数满足

$$B_2 \Delta \Delta \varphi_{nm}(y, z) - \rho_2 \omega_{nm}^2 \varphi_{nm}(y, z) = 0 \quad (10)$$

$$\text{则 } \sum \sum \rho_2 [\omega_{nm}^2 (1 + j\eta_2) - \omega^2] b_{nm} \varphi_{nm} + M_c(\omega) \delta'(y) \delta(z) = F_2(\omega, y, z) \quad (11)$$

对上式两边同乘以 φ_{ij} , 且在板平面内积分得,

$$\frac{l_1 l_2}{4} H_{2nm} b_{nm} - M_c(\omega) \frac{\partial \varphi_{nm}(0, 0)}{\partial y} = F_{2nm}(\omega) \quad (12)$$

其中

$$H_{2nm} = \rho_2 [\omega_{nm}^2 (1 + j\eta_2) - \omega^2]$$

$$F_{2nm} = \int_0^{l_1} \int_0^{l_2} F_2(\omega, y, z) \varphi_{ij}(y, z) dy dz$$

至此 (1), (2) 式分别化为 (7), (12) 式。

考虑在连接处角位移连续, 即在 $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$ 处

$$\left. \frac{\partial y(x, t)}{\partial x} \right|_{x=0} = \left. \frac{\partial x(y, z, t)}{\partial y} \right|_{\substack{y=0 \\ z=0}}$$

即:

$$\sum a_n(\omega) \left. \frac{d\phi_n(x)}{dx} \right|_{x=0} = \sum \sum b_{nm}(\omega) \left. \frac{\partial \varphi_{nm}(y, z)}{\partial y} \right|_{\substack{y=0 \\ z=0}} \quad (13)$$

由此式可消去 (7), (12) 式中的 a_n , b_{nm} , 而得到 $M_c(\omega)$ 的表达式

$$M_c(\omega) = \frac{F_1 - F_2}{A_1 + A_2} \quad (14)$$

$$\text{其中 } F_1 = \frac{2}{L} \sum \frac{F_{1n}(\omega) \phi'_n(0)}{H_{1n}}; F_2 = \frac{4}{l_1 l_2} \sum \sum \frac{F_{2nm} \partial \varphi_{nm}(0,0) / \partial y}{H_{2nm}}$$

$$A_1 = \frac{2}{L} \sum \frac{\phi_n'^2(0)}{H_{1n}} \quad A_2 = \frac{4}{l_1 l_2} \sum \sum \frac{[\partial \varphi_{nm}(0,0) / \partial y]^2}{H_{2nm}} \quad (15)$$

对一个已确定的激振力,可由(14),(15)式求出 $M_c(\omega)$, 代回(7),(12)式确定出 a_n, b_{nm} , 由此得到棒、板的振动位移 x, y . 此即为传统的模态分析方法.

2. 功率流

由棒到板的功率流可写为连接处弯曲力矩与角速度的乘积, 而它在频域上的平均功率流 $P_{12}(\omega)$ 为:

$$P_{12}(\omega) = \text{Re} E \left[i\omega \left(\frac{F_1 - F_2}{A_1 + A_2} \right) \left(\frac{A_1 F_2 + A_2 F_1}{A_1 + A_2} \right)^* \right] \quad (16)$$

假设作用在棒上的力与作用在板上的力在统计上独立, 这两个力的模态激振力不相关, 则:

$$\begin{aligned} E[F_{1n} F_{1m}] &= S_{1n} \delta_{nm} \\ E[F_{2nm} F_{2ij}] &= S_{2nm} \delta_{nm,ij} \\ E[F_{1n} F_{2nm}] &= 0 \end{aligned} \quad (17)$$

其中 S_{1n}, S_{2nm} 为谱密度, 代入(16)式,

$$\begin{aligned} P_{12}(\omega) &= \frac{8}{\pi |A_1 + A_2|^2} \frac{1}{l_1 l_2} \cdot \frac{1}{L} \sum \sum \frac{[\partial \varphi_{ij}(0,0) / \partial y]^2}{|H_{2ij}|^2 |H_{1n}|^2} \rho_2 \omega_{ij}^2 \eta_2 \cdot \rho_1 \omega_n^2 \eta_1 \\ &\times \left[\frac{\pi S_{1n}}{\frac{L}{2} \rho_1 \omega_n \eta_1} - \frac{\pi S_{2ij}}{\frac{l_1 l_2}{4} \rho_2 \omega_{ij} \eta_2} \right] \end{aligned} \quad (18)$$

单个模态无耦合时的总能量可写为 $E = \pi S / M \Delta$, S 为外力的谱密度, M 为模态质量, Δ 为半宽度. 在此 M 应为模态的等效质量, 可以证明棒中模态等效质量为 $\rho_1 L / 2$, 板中模态的等效质量为 $\rho_2 l_1 l_2 / 4$, 则(18)式可写为:

$$P_{12}(\omega) = (E_1 - E_2) I_m(A_1) I_m(A_2) / \pi |A_1 + A_2|^2 \quad (19)$$

至此, 在给定外力特性的条件下, 我们得到了平均功率流的一个严格的表示式. 可以看出在推导过程中, 对子系统间的耦合强度并无约束, 而此式正是典型的 SEA 型式, 因此可以说对子系统间强耦合的情形, SEA 理论仍然成立.

在 SEA 理论中, 中心频率为 ω 带宽 $\Delta\omega$ 内的功率流可写为:

$$\pi_{12} = \langle P_{12} \rangle_{\omega} \Delta\omega = \omega \eta_{12} (n_1 \Delta\omega) (E_1 - E_2) \quad (20)$$

其中 P_{12} 为耦合损耗因子, $\langle \rangle_{\omega}$ 表示在 $\Delta\omega$ 内的平均, 则

$$\omega \eta_{12} n_1 = \langle I_m(A_1) I_m(A_2) / \pi |A_1 + A_2|^2 \rangle_{\omega} \quad (21)$$

(21) 式为我们提供了一个计算耦合损耗因子的方法.

3. 近似解

利用(19)式分析棒、板间的功率流以及利用(21)式确定耦合损耗因子的关键在于 A_1, A_2 的确定. 假设棒、板均为简单支撑情况, 则:

$$A_1 = \frac{2}{\rho_1 L} \sum \frac{(n\pi/L)^2}{\omega_n^2 - \omega^2 + j\omega_n^2 \eta_1} \quad (22)$$

$$A_2 = \frac{4}{l_1 l_2} \sum \sum \frac{(n\pi/l_1)^2}{\omega_{nm}^2 - \omega^2 + j\omega_{nm}^2 \eta_2} \quad (23)$$

其中 $\omega_n = \sqrt{\frac{B_1}{\rho_1}} \left(\frac{n\pi}{L}\right)$ 为棒的本征频率, $\omega_{nm} = \left[\left(\frac{n\pi}{l_1}\right)^2 + \left(\frac{m\pi}{l_2}\right)^2\right] \sqrt{\frac{B_2}{\rho_2}}$ 为板的本征频率。

但是 A_1 , A_2 在很多情况下很难得到一个精确的形式, 因此必须根据实际情况进行某些近似。考虑两个极端的情况, 即相互作用的模态很多及相互作用的模态很少两种情况。但一般板中模态要比棒中模态多得多, 因此下面分两种情况进行具体讨论。

(1) 棒、板中模式均很多

对棒由 (22) 式, 当模态很多时, 式中求和可近似用积分代替^[3]。

$$A_1(\omega) = \frac{\pi^2}{\rho_1 L^3 \omega_1^2} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{n^2 dn}{n^4 - \left(\frac{\omega}{\omega_1}\right)^2 (1 + i\eta_1)} = \frac{1}{B_1} \left(\frac{B_1}{\rho_1}\right)^{1/4} \frac{1}{2\omega^{1/2}} \times \left[1 + \frac{\eta_1}{4} + i\left(1 - \frac{\eta_1}{4}\right)\right] \quad (24)$$

当板中模态很多时, (23) 式可近似写为

$$A_2(\omega) = \frac{2}{\sqrt{B_2 \rho_2} l_1 l_2} \sum \sum \frac{\omega_{nm}}{\omega_{nm}^2 - \omega^2 + j\omega_{nm}^2 \eta_2} \quad (25)$$

此式的求和是发散的。但考虑到总的稳态响应总是 (25) 式中的几项或多项级数之和, 而且 ω_{nm} 与 η_2 的幅值从一个特征频率到邻近一个特征频率的变化是完全没有规则的, 因此可以认为 A_2 是同一频率的许多幅值和相角无规分布的分量叠加而成。把概率论中的中心极限定理应用于 A_2 中各级数项的实部、虚部, 按此定理, A_2 中各项的绝对值按瑞利规律分布^[5]。

$$p = \frac{\omega_{nm}}{\omega} e^{-\frac{\omega_{nm}^2}{2\omega^2}} \quad (26)$$

它表示在激励频率 ω 附近出现模态的几率大, 而在比 ω 大或小的模态出现的几率小。所以:

$$A_2(\omega) \approx \frac{1}{2\pi B_2} [(0.34 - 1.42\eta_2) + i(0.96 - 0.17\eta_2)] \quad (27)$$

利用 (24), (27) 式, 得耦合损耗因子

$$\eta_{12}(\omega) = \frac{1}{\omega n_1} \cdot \frac{1}{\Delta\omega} \int_{\omega_1}^{\omega_2} \frac{I_m(A_1) I_m(A_2)}{\pi |A_1 + A_2|^2} d\omega \quad (28)$$

(2) 棒中模式很少, 板中模式很多。

对板仍应用 (27) 式。对棒仅考虑一个模式。

$$A_1 = \frac{2}{\rho_1 L} \frac{(n\pi/L)^2}{\omega_n^2 - \omega^2 + j\omega_n^2 \eta_1} = \frac{2}{\sqrt{B_1 \rho_1} L} \frac{\omega_n}{\omega_n^2 - \omega^2 + j\omega_n^2 \eta_1} \quad (29)$$

此时 $\Delta\omega$ 内的总功率流可写为棒中模态数目与棒中一个模态与板中多模态平均功率流的乘积。

$$\pi_{12} = \int_{\Delta\omega} P_{12} d\omega \approx n_1 \Delta\omega^2 \left\langle \frac{I_m(A_1) I_m(A_2)}{\pi |A_1 + A_2|^2} \right\rangle_{\omega} (E_1 - E_2) \quad (30)$$

则:

$$\eta_{12} = \frac{\Delta\omega}{\omega} \left\langle \frac{I_m(A_1)I_m(A_2)}{\pi |A_1 + A_2|^2} \right\rangle_{\omega} \quad (31)$$

三、计算结果及讨论

前面得到了所讨论的两种情况下耦合损耗因子的表示式。下面将对一给定参数的棒、板耦合结构进行具体的计算。棒长 $L = 1.2\text{m}$, 厚 $d = 0.005\text{m}$ 宽 $b = 0.03\text{m}$, 板厚 $h = 0.004\text{m}$, 边长为 $0.4\text{m} \times 0.5\text{m}$, 材料密度 $D = 7500\text{ kg/m}^3$, 纵波速度 $c_l = 5000\text{ m/s}$ 。

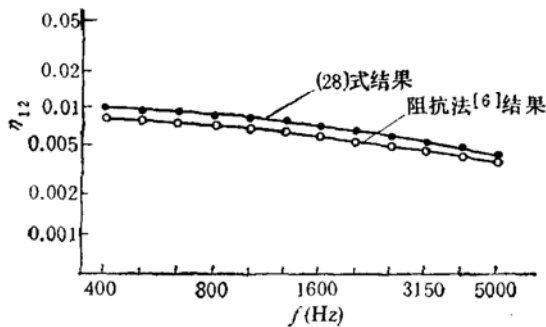


图 2 耦合损耗因子

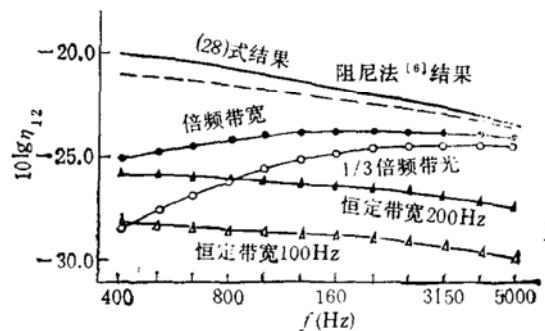


图 3 耦合损耗因子与带宽的关系 $\eta_1 = 0.01$
——(28)式结果; ——阻抗方法[6]结果 ····
倍频带宽; ○—○ 1/3 倍频带宽 ▲—▲ 恒定带
宽 200Hz △—△ 恒定带宽 100 Hz

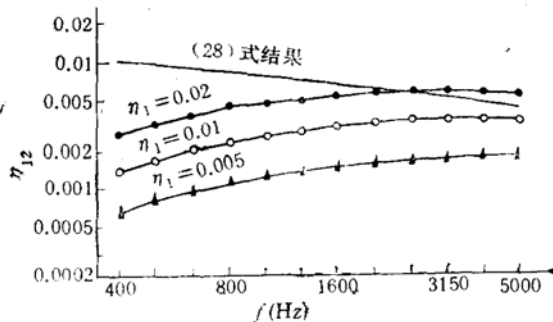


图 4 耦合损耗因子与棒的损耗因子的
关系 1/3 Oct

——(28) 式结果 ···· $\eta_1 = 0.02$;
○—○ $\eta_1 = 0.01$; ▲—▲ $\eta_1 = 0.005$

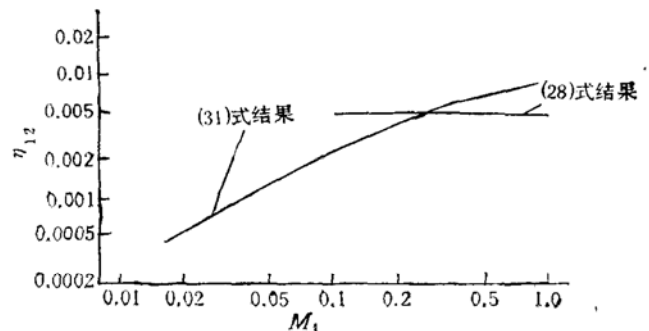


图 5 耦合损耗因子与棒的模态重叠
度的关系 $f = 5000\text{Hz}$, 1/3 Oct

图 2 表示当棒、板中模式都很多时, 由 (28) 式求出的结果以及用阻抗方法^[6]求出的结果, 两结果符合得很好。通过对 (28) 式进一步分析, 发现此时的耦合损耗因子与带宽 $\Delta\omega$ 无关, 而且各子系统的损耗因子对 η_{12} 影响不大, 这同用阻抗方法讨论的结果是一致的。

当棒中模式较少时, 情况完全不同了, 根据 (31) 式, 此时耦合损耗因子 η_{12} 与带宽 $\Delta\omega$ 以及棒中的损耗因子有关。图 3 表示了耦合损耗因子, 当棒中 η_1 一定时与带宽 $\Delta\omega$ 的关系, 频带越宽, 也就是频带内所包含的模式数目越多时, 其结果越接近 (28) 式的结果。在带宽足够

宽的条件下,恒定带宽的结果在整个频率范围内将更加接近于(28)式结果,因此在验证 SEA 的实验中,最好是采用恒定带宽滤波器。

图 4 表示了带宽一定时,棒中损耗因子对耦合损耗因子的影响。可以看到,损耗因子越

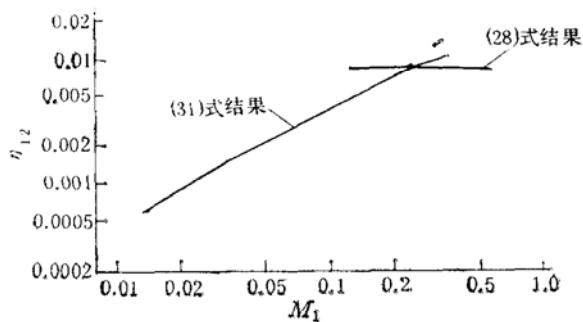


图 6 耦合损耗因子与棒的模态重叠度的关系
 $f = 1000\text{Hz}, 1/3 \text{ Oct}$

大,则耦合损耗因子 η_{12} 越大。由于(28)式是在相互作用模式均很多条件下得到的,因此当棒中模式较少时,其耦合损耗因子不应大于(28)式结果。造成这一矛盾的原因是由于棒的损耗因子增加到一定程度时,会使两相邻的模态发生重叠,而此时的总功率流已不能成为棒中每个模态与板能量交换的总和了,即(30)式不再成立,所以(28)式和(31)式有其各自的适用条件。

图 5, 6 表示了在一定频率和带宽条件下,耦合损耗因子与棒的模态重叠度 $M_1 (= n_1 \omega \eta_1)$ 的关系。可以看到 $M_1 \approx 0.25$ 处是一个分界点,因此可以认为当 $M_1 > 0.25$ 时,棒中的模式足够多,(28)式成立,此时阻抗法也将给出正确的结果;而当 $M_1 < 0.25$ 时,仅有(31)式成立。

四、实 验

实验中的结构,选取了 $0.5 \times 0.4 \times 0.004 \text{ M}^3$ 的钢板以及 $1.2 \times 0.03 \times 0.005 \text{ M}^3$ 的钢棒,密度均为 $\rho = 7500 \text{ kg/M}^3$,纵波速度 $C_L = 5000 \text{ m/s}$ 。

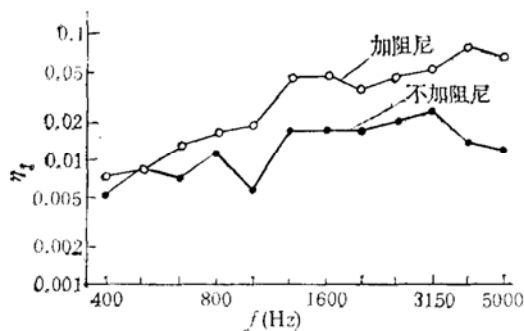


图 7 棒的损耗因子

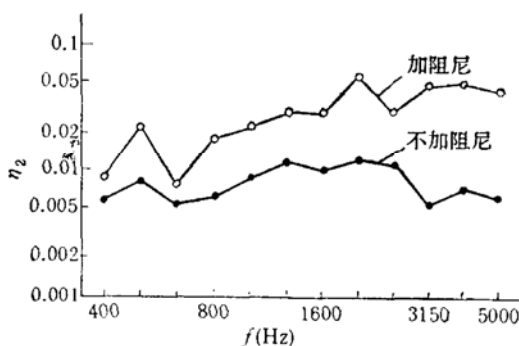


图 8 板的损耗因子

图 7, 8 为利用稳态方法测量的棒、板两结构耦合前各自的损耗因子。

在此考虑只有一个子结构受外力作用的情况,当棒受激励时,能量平衡方程为:

$$\begin{cases} \bar{P}_1 = \omega \eta_1 \bar{E}_1 + \omega \eta_{12} \bar{E}_1 - \omega \eta_{21} \bar{E}_2 \\ 0 = \omega \eta_2 \bar{E}_2 + \omega \eta_{21} \bar{E}_2 - \omega \eta_{12} \bar{E}_1 \end{cases} \quad (32)$$

则

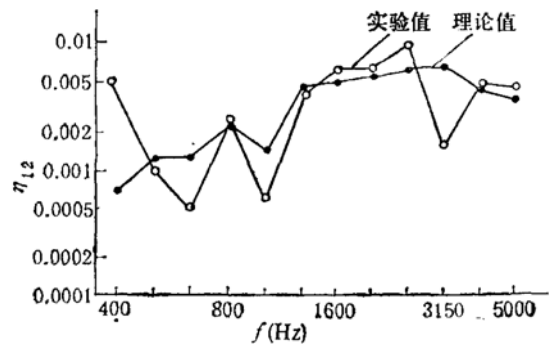
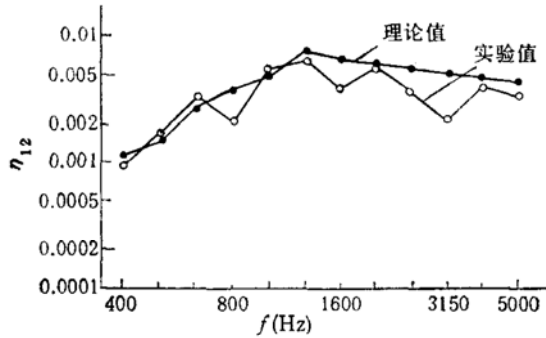


图 9 耦合损耗因子: 棒、板均加阻尼, 1/3 Oct 图 10 耦合损耗因子: 棒不加阻尼, 板加阻尼, 1/3 Oct

$$\eta_{12} = \frac{n_2 \eta_2 \bar{E}_2}{n_2 \bar{E}_1 - n_1 \bar{E}_2} \quad (33)$$

其中 $\bar{E}_1$ 、 $\bar{E}_2$ 为两结构的振动能量, n_1 、 n_2 分别为棒、板的模态密度。只要测出 $\bar{E}_1$ 、 $\bar{E}_2$, 即可得到由棒到板的耦合损耗因子 η_{12} 。

图 9 表示了棒和板都加阻尼时的耦合损耗因子。当 $f \geq 1250$ Hz 时, 棒的模态重叠度 $M_1 > 0.25$, 因此理论值的计算应用 (28) 式; 当 $f < 1250$ Hz 时, 棒的 $M_1 < 0.25$, 则此时应用 (31) 式进行理论计算。可以看出, 在整个频率范围内, 实验结果与理论值符合得很好, 误差均在 3 dB 以内, 在中心频率 $f = 3150$ Hz 处, 实验值有一较明显的谷出现, 经计算发现, 板的临界频率正处于此带宽内, 此时一部分振动能量辐射出去, 因而引起耦合因子变小。

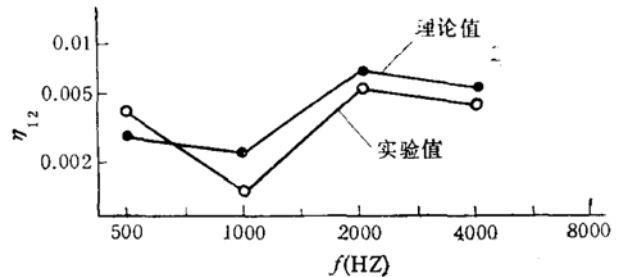


图 11 耦合损耗因子: 棒不加阻尼板加阻尼, 1 倍频带宽

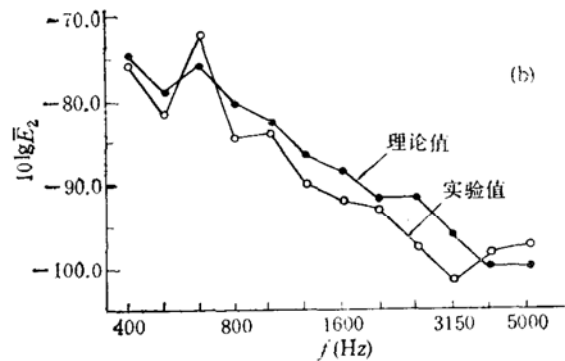
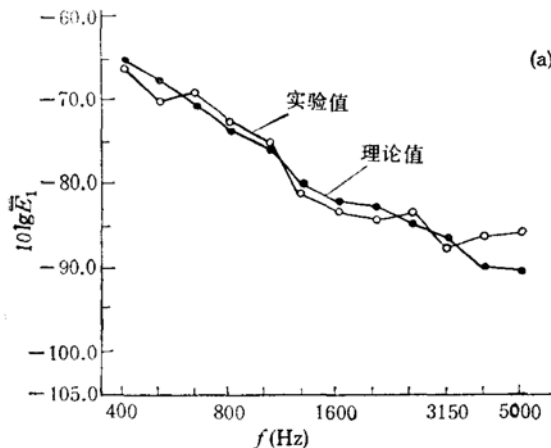


图 12 棒 (a)、板 (b) 的振动能量, 仅棒受激励, 棒板均加阻尼, 1/3 Oct

图 10 表示了棒不加阻尼, 而板加阻尼时的耦合损耗因子。可以验证, 在整个频率范围内,

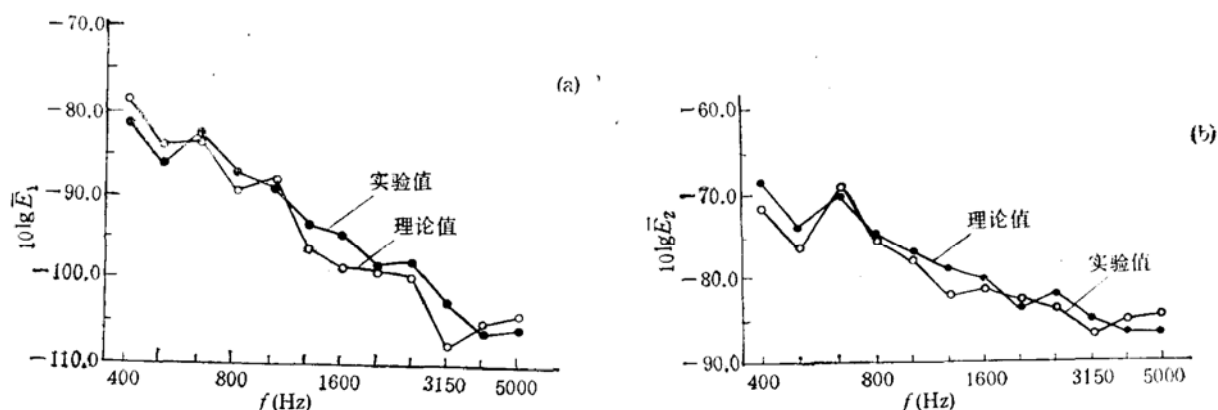


图 13 棒 (a)、板 (b) 的振动能量, 仅板受激励, 棒板均加阻尼, $1/3 \text{ Oct}$

棒的 $M_1 < 0.25$, 因此用 (31) 式进行理论计算. $f = 3150 \text{ Hz}$ 处的谷仍是由于临界频率引起的. 在低频, 由于模态很少因而测量误差增大, 但大多数实验值与理论值相符合. 图 11 是在一个倍频带宽的白噪声作用下测得的耦合损耗因子. 以上结果说明前面所得到的 (28) (31) 式以及对带宽的讨论是正确的.

下面我们将利用 (28)、(31) 式求得的耦合损耗因子, 在确定系统的输入总功率 $\bar{P}$ 后, 利用能量平衡方程求出各系统的振动能量. 系统的输入功率按下式计算:

$$\bar{P} = \frac{1}{2} F^2 R_c (1/\bar{z}) \quad (34)$$

其中 F 为激振力的大小, $\bar{z}$ 为激振点的输入阻抗.

对棒 $\bar{z} = 2\rho S C_b (1 + j)$, ρ 为材料密度, S 为棒截面积, C_b 为棒中弯曲波速度.

对板 $\bar{z} = 2.3 \rho C_e t^2$, ρ 为材料密度, C_e 为纵波速度, t 为板厚度.

图 12 为棒受激励时, 板、棒的振动能量. 图 13 为板受激励时, 棒、板的振动能量, 结果是令人满意的.

五、结 论

本文对棒板耦合结构的振动能量传输问题进行了较为详细的理论计算和讨论, 得出了统计能量理论本身不依赖于耦合强度的结论. 并给出当棒的模态重叠度 $M_1 > 0.25$ 时, 用阻抗方法求耦合损耗因子是可行的.

本文所使用的分析方法, 对求其它耦合结构仍是适用的, 而且由于在方程中没有引入耦合强度项, 通常一实际结构我们很难获得其耦合强度, 因此, 此方法是有实用价值的.

参 考 文 献

- [1] H. G. Davies, *J. Acoust. Soc. Am.*, **54** (1973), 507—515.
- [2] A. J. Keane and W. G. Price, *J. Sound and Vib.*, **117** (1987), No. 2, 363—386.
- [3] H. G. Davies and M. A. Wabab, *J. Sound and Vib.*, **77** (1981), No. 3, 311—321.
- [4] E. K. Dimitriadis and A. D. Pierce, *J. Sound and Vib.*, **123** (1988), No. 3, 397—412.
- [5] H. 库特鲁夫著, 沈峰译, “室内声学”, 1982, 中国建筑工业出版社.
- [6] R. H. Lyon and E. Eichler, *J. Acoust. Soc. Am.*, **36** (1964), 1344—1354.