

微晶玻璃中的声传播

郑 洪 赵明洲 徐永晨

(同济大学波尔固体物理研究室, 上海, 200092)

冯 翠 英

(同济大学测试中心)

1989年6月21日收到

摘要 本文把悬浮液中的声学处理方法应用到微晶玻璃中, 导出了微晶玻璃中声速和声衰减系数随结晶度变化的表达式, 并通过实验进行了证实。

Sound propagation in glass-ceramic

ZHENG Hong ZHAO Mingzhou and XU Yongchen

(Pohl Institute of Solid State Physics, Tongji University)

FENG Cuiying

(Measure and Analysis Center, Tongji University)

Received June 21, 1989

Abstract The acoustic theory of the suspensions is applied to the study of acoustic properties of glass-ceramic. The relations between the sound speed and the sound attenuation with the crystallinity in glass-ceramic are derived. The theoretical results are verified by the ultrasonic experiments.

一、前 言

近六十年来, 许多声学工作者致力于悬浮液即悬浮有固体颗粒液体中的声传播研究。Ament 和 Ahuja 等人的工作奠定了该项研究的基础^[1-2]。近几年, 人们又逐步完善了悬浮液中的声学理论。

微晶玻璃是在无序的玻璃相中散布着微小有序晶粒的各向同性固体, 在许多方面和悬浮液很相似, 玻璃相当于悬浮液的液体, 晶粒可看作是悬浮液中的固体粒子, 由此, 我们可以借鉴悬浮液中声学的处理方法, 来研究微晶玻璃的声学特性。同时, 我们也必须考虑到二者的差别: 悬浮液是流体, 其中的声波主要是胀缩的纵波, 而微晶玻璃是固体, 它的声波是弹性波, 既有纵波, 又有横波。

二、结晶度对声传播的影响

在微晶玻璃中,其晶粒是无规化,宏观均匀地分布在玻璃相中,这些晶粒是刚性的,不带电的小粒子,其粒径约为 10^2-10^3 \AA ,晶粒间的相互作用可忽略,从宏观上看,微晶玻璃是各向同性的,基于这些假设,可以推导微晶玻璃中声速和声衰减系数的表达式:

固体中的弹性波动方程可表示如下^[3]:

$$\nabla \cdot (\overset{\circ}{C} \cdot \nabla, \mathbf{u}) = \frac{\partial^2}{\partial t^2} \rho \mathbf{u} \quad (1)$$

其中 \mathbf{u} 是质点振动位移, ρ 是密度, $\overset{\circ}{C}$ 是弹性常数张量. 对于各向同性体,有

$$\overset{\circ}{C} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{12} & & & \\ C_{12} & C_{11} & C_{12} & & & \\ C_{12} & C_{12} & C_{11} & & & \\ & & & C_{44} & & \\ 0 & & & & C_{44} & \\ & & & & & C_{44} \end{bmatrix} \quad \text{其中 } C_{12} = C_{11} - 2C_{44}$$

$$\nabla, = \begin{bmatrix} \partial/\partial x & 0 & 0 \\ 0 & 2/\partial y & 0 \\ 0 & 0 & 2/\partial z \\ 0 & \partial/\partial z & \partial/\partial y \\ \partial/\partial z & 0 & \partial/\partial x \\ \partial/\partial y & \partial/\partial x & 0 \end{bmatrix}$$

对任意方向传播的平面波,质点位移可写成: $\mathbf{u} \propto \exp[i(\omega t - \mathbf{K} \cdot \mathbf{r})]$, \mathbf{K} 表示波矢量,则(1)式变为

$$\frac{1}{i\omega} \nabla \cdot (\overset{\circ}{C} \cdot \nabla, \mathbf{V}) = \frac{\partial}{\partial t} \rho \mathbf{V} \quad (2)$$

其中 $\mathbf{V} = d\mathbf{u}/dt$, 然后引用 Ament 在研究悬浮液时所用的关系式:

$$\mathbf{V} = (1 - V_c)\mathbf{V}_1 + V_c\mathbf{V}_2 \quad (3)$$

$$\rho \mathbf{V} = (1 - V_c)\rho_1\mathbf{V}_1 + V_c\rho_2\mathbf{V}_2 \quad (4)$$

这里 ρ_1 , \mathbf{V}_1 和 ρ_2 , \mathbf{V}_2 分别是玻璃相和晶粒的密度和振速, V_c 表示晶粒所占的体积百分数,即结晶度,于是有

$$\frac{1}{i\omega} \nabla \cdot \{\overset{\circ}{C} \cdot \nabla, [(1 - V_c)\mathbf{V}_1 + V_c\mathbf{V}_2]\} = \frac{\partial}{\partial t} [(1 - V_c)\rho_1\mathbf{V}_1 + V_c\rho_2\mathbf{V}_2] \quad (5)$$

为方便起见,设 $\mathbf{A} = \frac{1}{i\omega} [(1 - V_c)\mathbf{V}_1 + V_c\mathbf{V}_2]$, $\mathbf{B} = (1 - V_c)\rho_1\mathbf{V}_1 + V_c\rho_2\mathbf{V}_2$, 经运算,(5)式可化为下面三式:

$$\frac{\partial B_x}{\partial t} = \left(C_{11} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + C_{44} \frac{\partial^2}{\partial y^2} + C_{44} \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) A_x + \left(C_{12} \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} + C_{44} \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \right) A_y$$

$$+ \left(C_{12} \frac{\partial^2}{\partial x \partial z} + C_{44} \frac{\partial^2}{\partial x \partial z} \right) A_z \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial B_y}{\partial t} = & \left(C_{44} \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} + C_{12} \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \right) A_x + \left(C_{44} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + C_{11} \frac{\partial^2}{\partial y^2} + C_{44} \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) A_y \\ & + \left(C_{12} \frac{\partial^2}{\partial y \partial z} + C_{44} \frac{\partial^2}{\partial y \partial z} \right) A_z \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial B_z}{\partial t} = & \left(C_{44} \frac{\partial^2}{\partial x \partial z} + C_{12} \frac{\partial^2}{\partial x \partial z} \right) A_x + \left(C_{44} \frac{\partial^2}{\partial y \partial z} + C_{12} \frac{\partial^2}{\partial y \partial z} \right) A_y \\ & + \left(C_{44} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + C_{44} \frac{\partial^2}{\partial y^2} + C_{11} \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) A_z \end{aligned} \quad (8)$$

考虑到晶粒和玻璃相间的粘滞作用, V_1 和 V_2 会存在一个位相差, 而且强度也相差一个比例因子, 于是, 我们设 $V_2 = \beta e^{i\theta} V_1$, 这样, $A = [1 + (\beta e^{i\theta} - 1)V_c] V_1 = R V_1$,

$$B = [\rho_1 + V_c(\beta e^{i\theta} \rho_2 - \rho_1)] V_1 = S V_1,$$

这里 $R = 1 + (\beta e^{i\theta} - 1)V_c$, $S = \rho_1 + V_c(\beta e^{i\theta} \rho_2 - \rho_1)$, 由于微晶玻璃是各向同性的, 不妨设声传播沿 x 方向, 于是(6),(7),(8)化为:

$$K^2 R C_{11} V_{1x} = \omega^2 S V_{1x} \quad (9)$$

$$K^2 R C_{44} V_{1y} = \omega^2 S V_{1y} \quad (10)$$

$$K^2 R C_{44} V_{1z} = \omega^2 S V_{1z} \quad (11)$$

由此得到三个波: 一个纵波, 二个简并的横波

$$\text{纵波: } \frac{\omega}{K} = \sqrt{\frac{R C_{11}}{S}} = \sqrt{\frac{[1 + (\beta e^{i\theta} - 1)V_c] C_{11}}{\rho_1 + (\beta e^{i\theta} \rho_2 - \rho_1)V_c}} \quad (12)$$

$$\text{横波: } \frac{\omega}{K} = \sqrt{\frac{R C_{44}}{S}} = \sqrt{\frac{[1 + (\beta e^{i\theta} - 1)V_c] C_{44}}{\rho_1 + (\beta e^{i\theta} \rho_2 - \rho_1)V_c}} \quad (13)$$

因为 $K/\omega = 1/c + i\alpha/\omega$, 对(12),(13)式作开方运算, 忽略 V_c 的二次方以上的项, 结果得到纵波的声速和声衰减:

$$C_L = \frac{\sqrt{[1 + V_c(2 - 2\beta \cos \theta) + V_c^2(\beta^2 + 1 - 2\beta \cos \theta)] C_{11}/\rho_1}}{1 + \frac{V_c}{2}[\beta(1 + \eta) \cos \theta - 2] + \frac{V_c^2 \beta^2}{8}[2\eta - (1 + \eta^2) \cos 2\theta]} \quad (14)$$

$$\alpha_L = \frac{\omega}{8} \cdot \frac{4V_c(\eta - 1)\beta \sin \theta - V_c^2 \beta^2(\eta^2 - 1) \sin 2\theta}{\sqrt{[1 + V_c(2 - 2\beta \cos \theta) + V_c^2(\beta^2 + 1 - 2\beta \cos \theta)] C_{11}/\rho_1}} \quad (15)$$

式中 $\eta = \rho_2/\rho_1$, 对于横波的声速 C_T 和声衰减系数 α_T 的表达式, 只要把(14),(15)式中的 C_{11} 改为 C_{44} 即可, 这里我们想说明的是: β 和 θ 在以前所作的近似下, 是二个与 V_c 无关的常数, 这可参看 Ahuja 1973 年的文章。^[4] 所以, 上面二式表达了声速和声衰减与结晶度 V_c 的关系, 通过计算, 我们可以发现, $C_{T,L}$ 随着结晶度的增加而增大, 而 $\alpha_{L,T}$ 开始也是随 V_c 而增大, 但当 $V_c > 60\%$ 左右, $\alpha_{L,T}$ 表现出下降的趋势, 若 $V_c = 0$ 则

$$C_2 = \sqrt{C_{11}/\rho_1}, \quad C_T = \sqrt{C_{44}/\rho_1}.$$

即回复到无序玻璃体的声速, 这时由晶粒和玻璃相间粘滞作用产生的衰减 $\alpha_{L,T} = 0$, 当然, 实

实际上声衰减系数不会变为零,因为影响声衰减的因素有很多,但这里我们着重考虑的是样品结晶度的影响,而忽略了其它因素,所以得出当 $V_c = 0$ 时, $\alpha_{L,T} = 0$ 。

另外,从(15)式还可以发现,当 $\theta = 0$ 时,则衰减消失,这表明了如果玻璃相的振速和晶粒振速位相一致时,就不存在衰减,由此,我们得出,在微晶玻璃中,产生声衰减的主要原因是晶粒振动时的阻尼作用,这种作用在高频时一般更加显著,因此,频率越高,其衰减也越大。

三、实验与讨论

我们利用回波法测量了不同结晶度的微晶玻璃的声速和声衰减,其实验装置方框图见图 1,样品是 $\text{Li}_2\text{O}-\text{Al}_2\text{O}_3-\text{SiO}_2$ 系统微晶玻璃,其结晶相是锂霞石和锂辉石,实验时制成厚约 15 mm 的圆柱体,激发声波的换能器是 PVDF 驻极体压电薄膜,实验使用的激发频率为 10~50 MHz。

图 2 和图 3 分别表示了纵波声速和声衰减与结晶度的关系。 C_{L0} 是结晶度为零时纯玻璃相中的声速,为 6055m/s,图 2 中的实线是理论拟合曲线,它相应于(14)式取 $\theta = 8^\circ$ 、 $\beta = 0.9$ 和 $\eta = 1.2$ 。由图可见,结晶度增大,声速也增大,为了和悬浮液中的情形比较,我们还计算了悬浮液中的 θ 、 β 、得到 $\theta = 2\sim 3^\circ$ 、 $\beta = 0.9\sim 1$ 。

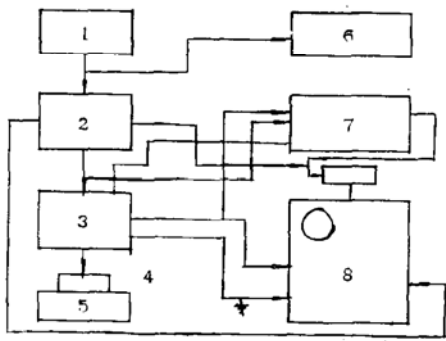


图 1 声速和声衰减的实验装置图

1. 振荡器, 2. 十进制除法器 3. 脉冲调制器 4. 换能器
5. 样品 6. 频率控制器 7. 衰减记录器 8. 宽带示波器

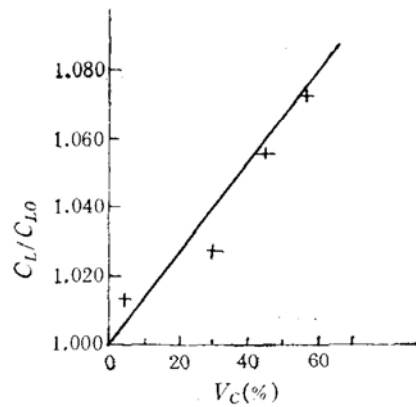


图 2 纵波声速与结晶度的关系 (25 MHz)

从实验中我们还发现,这种微晶玻璃的横波声速约为纵波声速的一半,从图 3 可以看出,开始时,衰减增加较快,以后则增加缓慢,按照(15)式,在高结晶度时,衰减应该下降,这主要是因为,在结晶度较小时,晶粒是单独地分散在连续玻璃相中,这时结晶度增加,意味着晶粒的增多或变大,这时声波就受到更多的来自晶粒的散射,从而衰减变大,但是,当结晶度足够大,玻璃中晶粒已连成一片,成为连续相,而玻璃相则由原来的连续相变为分散相,相当于低结晶度时的晶粒,这时的声波的散射主要是玻璃相引起,结晶度再增加,分散相就会缩小,因此由散射引起的声衰减也就减小,自然,这里所谓的散射其主要原因是来自粘滞作用。

我们还观察了声速和声衰减随频率的变化,结果表明,微晶玻璃的色散现象不明显,声速

几乎不随频率而变,而衰减对频率则比较敏感,参见图 4,声衰减随频率呈单调增长趋势。

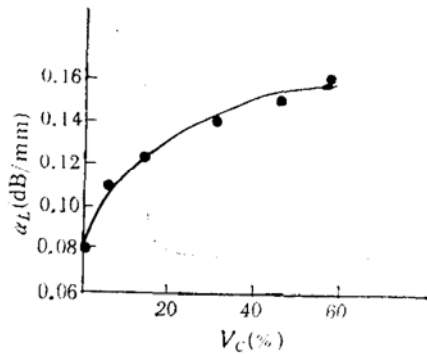


图 3 纵波衰减与结晶度的关系 (25MHz)

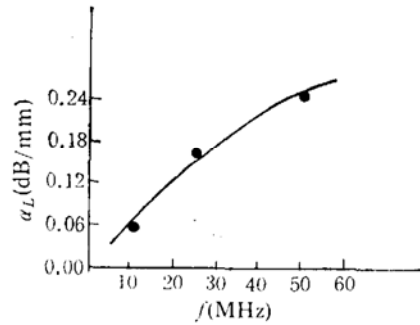


图 4 声衰减随频率的变化 ($V_c = 56\%$)

四、结 束 语

在实验过程中,我们发现微晶玻璃的声学性质和悬浮液的声学性质之间存在许多共同点。如它们的衰减曲线(随结晶度或粒子体积浓度变化)都有一个极大值,但微晶玻璃中声速是随结晶度单调递增的,而悬浮液中声速则有个极小值^[5]。另外,在理论处理中,我们引进了 θ 和 β 两个常数,其实它们是晶粒大小,声频等的函数,对于它们的解析表达式以及粒子和玻璃相互作用的微观机制。这些问题则尚待进一步研究。

最后作者对章刚勇和张伟琴工程师在实验时所给予的帮助表示感谢。

参 考 文 献

- [1] Ament, W.S. *J. Acoust. Soc. Am*, **25**(1953), 638.
- [2] Ahuja, A.S. *J. Acoust. Soc. Am*, **51** (1972), 182.
- [3] 孙慷,张福学主编“压电学”,(国防工业出版社,1984),276—279.
- [4] Ahuja, A. S. *J. Appl. Phys*, **44** (1973), 4863.
- [5] 唐应吾. 声学学报, **3**(1981), 181.