纪念马大猷先生诞辰 110 周年

具有黏弹性夹层的纤维金属层板 空气声传输损失与阻尼特性*

王博^{1,2} 凤鹤群^{1,2†}曲婷^{1,2}

(1 东南大学 建筑学院 南京 210096)
 (2 东南大学 城市与建筑遗产保护教育部重点实验室 南京 210096)
 2023 年 9 月 1 日 收到
 2023 年 11 月 10 日定稿

摘要 基于一般高阶剪切变形理论和局部坐标映射原理,提出了一种高阶混合逐层计算方法,以精确分析含黏弹性夹层的纤维金属层板等复杂复合层板空气声传输损失和阻尼特性。该方法可独立选择几何层的三维位移场、准确表征离散层信息,且允许将具有相似动力学特性的多个几何层等效为单层而提高计算效率。将黏弹性材料的频率特性引入声固耦合控制方程,采用迭代模态应变能法求解复特征值。通过对比已发表的实验和计算结果,该方法的准确性得以验证。分析了不同入射角度的平面波激励下纤维金属层板在 10~2000 Hz 窄带的声传输损失,并讨论了阻尼的贡献机理。结果表明,黏弹性约束层阻尼可以显著提升复合层板在共振频率处的隔声性能。

关键词 纤维金属层板,约束层阻尼,声传输损失,逐层法,高阶剪切变形理论
 PACS: 43.40, 43.50, 43.55
 DOI: 10.12395/0371-0025.2023204
 CSTR: 32049.14.11-2065.2023204

Airborne sound transmission loss and damping characteristics of fiber metal laminates with constrained viscoelastic interlayers

WANG Bo^{1,2} MIN Hequn^{1,2†} QU Ting^{1,2}

 (1 School of Architecture, Southeast University Nanjing 210096)
 (2 Key Laboratory of Urban and Architectural Heritage Conservation, Southeast University Nanjing 210096) Received Sept. 1, 2023 Revised Nov. 10, 2023

Abstract A sublaminate layer-wise approach is proposed based on the generalized high-order shear deformation theory coupled with the local coordinate mapping principle, so as to accurately evaluate the airborne sound transmission loss and damping characteristics of complex composite laminates with a constrained viscoelastic interlayer. The method not only allows for the independent selection of three-dimensional displacement fields for each geometric layer, which can effectively represent the discrete layer information, but also can equivalently condense multiple geometric layers with similar dynamic characteristics into a single layer to enhance computational efficiency. The approach also incorporates the frequency-dependent properties of viscoelastic materials into the acoustic-structural coupling equations, by employing an iterative modal strain energy method to solve complex eigenvalues. This approach is verified through comparisons with previously published experimental and computational results. This study investigates the sound transmission loss of fiber metal laminates under planar wave excitation at various incident angles at narrow frequency bands from 10 Hz to 2000 Hz, for discussing the damping contribution mechanism. The results show that constrained layer damping can significantly enhance sound insulation performance of the structure at resonance frequencies.

Keywords Fiber metal laminates, Constrained layer damping, Sound transmission loss, Layer-wise method, High-order shear deformation theory

^{*} 国家自然科学基金项目 (51408113) 和江苏省自然科学基金项目 (BK20140632) 资助

[†] 通讯作者: 闵鹤群, hqmin@seu.edu.cn

引言

纤维金属层板是由金属薄层和碳纤维等增强纤 维层经过一定固化工艺形成的一种层间超混杂复合 材料^[1],凭借轻质高强等优异性能,已经广泛应用于 航空航天、汽车以及建筑工程等领域^[2-4]。1960年 代,Kerwin等^[5]最先提出了约束层阻尼概念,所提出 的经典构型是将阻尼材料芯层约束在两个较硬的各 向同性面层之间形成三明治结构。这种实现高结构 阻尼的简单易行的方法,在振动控制领域已经得到 广泛应用^[6]。将约束层阻尼的概念与纤维金属层板 等复合结构相结合,有望克服结构自身的低阻尼问 题,增强其振动和噪声抑制性能,实现结构与功能一 体化的轻量化材料结构。因此,有必要对含黏弹性 芯纤维金属层板的声振建模、性能预测以及设计优 化方法等展开深入研究^[7,8]。

国内外学者运用解析法,已经对三明治夹层板 的隔声问题开展了很多研究。基于波阻抗法, Kurtze 和 Watters^[9] 对无限大的三明治夹层板的隔声预测和 设计做出了开创性研究。早期的研究仅考虑芯层的 剪切和膨胀变形来表征共振传输分量对三明治板隔 声性能的影响, 例如 Dym 和 Lang^[10]、Moore 和 Lyon^[11] 的相关工作。基于此, Zhou 等^[12] 建立了用于预测具 有各向异性面层的无限大非对称夹层板隔声性能的 波阻抗模型。辛锋先等^[13]基于空间谐波展开法研究 了无限大瓦楞芯三明治板的隔声性能。另外,基于 模态的求解方法常被用于求解有限大夹层板的声振 响应。Nilsson 和 Liu^[14] 推导了控制夹层板弯曲振动 的六阶微分方程,讨论了芯层旋转和剪切变形对结 构表观弯曲刚度的影响。Du 等^[15] 计算了约束阻尼 三明治板的隔声性能,将阻尼芯层的剪切变形视为 主要的阻尼机制,但没有考虑黏弹性材料的频率变 化特性。赵艳菊等^[16]提出了一种用于计算非对称的 三明治板隔声量的模态展开法,并讨论了芯层剪切 模量对隔声性能的影响。

处理复杂结构的动力学响应问题时,采用有限 元的思想数值求解精细化板壳理论更具优势^[17,18]。 Sayyad 等^[19] 详细总结了经典层合板理论、一阶剪切 变形理论、高阶剪切变形理论和 Zig-Zag 理论等经典 的动力学假设。基于上述假设,复合结构的数值解 法可分成等效单层 (ESL) 法、逐层 (LW) 法和混合逐 层 (sub-LW) 法三种,最后一种可以看成前两者的混 合。等效单层法,是将所有层转化为具有等效动态 特性的单层的均质化方法,是一种近似工程方法。 逐层法不同于有限元软件中常用的三维实体单元建 模方式,是基于位移场和横向应力的公理化连续性 假设的一种二维离散方法,可避免繁琐的几何建模 操作,且可有效节省自由度。Moreira等^[20]将逐层法 与三维实体单元离散方法得到的夹层板频率响应进 行了比较,结果表明逐层法可以正确地捕捉到黏弹 性芯层的高阶剪切变形模式。徐超等[17]建立了基于 一阶剪切变形理论的逐层有限元模型,分析了共固 化黏弹阻尼复合结构的自由响应。基于 Carrera 统一 公式的逐层模型, Ferreira 等^[21] 对不同边界条件下约 束阻尼层合板的自由振动问题开展了系统的研究。 Jackstadt 等^[22]分析了具有频率变化特性的黏弹性层 纤维金属层板的特征频率和阻尼特性。D'Ottavio 等^[23] 基于混合逐层法研究了黏弹性多层芯夹层板的自由 振动响应。结果表明,横向-法向变形增大了结构模 态损耗因子,且对高阶共振模态的影响更为明显^[23]。 马卓瑞等[24]分析了黏弹性层厚度和铺设方式对纤维 增强层合板结构热屈曲和特征频率的影响。

目前基于高阶变形理论,对具有黏弹性夹层的 复合结构空气声隔声特性的研究还较少,且大都存 在局限性。祖旭东等[25] 基于一阶剪切变形理论分析 了带有多孔泡沫芯的纤维树脂三明治板的声振响 应。Assaf等^[26]基于一阶剪切变形理论的模态叠加 法探究了由各向同性金属面层构成的约束阻尼三明 治板的声传输损失特性,但是没有考虑黏弹性层属 性的频率变化特性,并且缺少隔声量的窄带数据。 Loredo 等^[27]利用一阶剪切变形理论推导了带有局部 黏弹性贴片的层合板的 Rayleigh-Ritz 解,其结果表 明,适宜的约束阻尼布置可以有效抑制结构振动从 而提升隔声性能。Larbi等^[28]建立了一种基于一阶 剪切变形理论的有限元模型,该模型考虑了声-结构-压电的多场耦合,但不适用于黏弹性夹层数较多的 复合层合板结构。D'Ottavio 等^[23]和 Ren 等^[29]最近 的研究指出,对于较厚的复合结构或层间刚度差异 较大的结构 (如约束阻尼复合板),包括横向剪切变 形、横向-法向变形、面内变形在内的各类变形模式 及其相互耦合对准确分析结构动力响应至关重要。

上述文献调研表明,波阻抗法、模态叠加法等解 析方法适合三明治板等层数较少的复合结构的隔声 预测;高阶有限元法更适用于求解诸如含黏弹性夹 层且层间特性差异大的纤维金属层板的动力学响 应。复合层合板的已有研究多集中于自由振动问题, 很少涉及在声场荷载激励下的空气声隔声问题。本 文基于一般化的高阶剪切变形理论及局部坐标映射 原理,提出了一种声固耦合高阶混合逐层计算模型, 用于精确计算含黏弹性材料夹层的复杂层合板的空 气声隔声性能及阻尼特性; 通过与已发表的实验和 数值模拟结果对比, 验证了该方法的准确性; 研究了 一种 13 层纤维金属层板构型在 10~2000 Hz 窄带的 声传输损失特性, 分析了黏弹性阻尼层对隔声性能 提升的贡献机理。本文提出的精细化隔声预测方法, 可为轻量且高性能化的大飞机、载人航天器、高速 列车、舰艇等载人装备以及建筑墙体的研发提供方 法和理论支撑。

1 理论建模

1.1 控制方程

图 1 为有限大纤维金属层板在方位角为 $\varphi \in [0, 2\pi]$,仰角为 $\theta \in [0, \pi/2]$ 的平面声场激励下的 示意图。该结构浸没于空气中,由平行于 xOy 平面 且位于 z = 0 处的无限大刚性障板分隔。各层材质可 以任意选用各向同性、各向异性材料或者动力学特 性随频率变化的线性黏弹性材料,各层之间均完美 贴合,不存在相对滑动。该结构的长、宽和总厚度分 别用 a, b, H表示,总层数为 N_p 。



图 1 有限大纤维金属层板在特定入射方向的平面声场激励下的示意图 (该结构被位于 z = 0的无限大刚性障板分开,其中入射平面波方位角记为 $\varphi \in [0,2\pi]$,仰角记为 $\theta \in [0,\pi/2]$)

考虑流体加载效应的声固耦合的系统控制方程 可表示为

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K}_{\mathrm{S}}^{*} - \omega^{2} \mathbf{M}_{\mathrm{S}} & -\mathbf{C}_{\mathrm{SA}}^{\mathrm{T}} \\ -\rho_{0} \omega^{2} \mathbf{C}_{\mathrm{SA}} & \mathbf{K}_{\mathrm{A}} - \omega^{2} \mathbf{M}_{\mathrm{A}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{u} \\ \mathbf{p} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \mathbf{F}_{\mathrm{A}} \end{bmatrix}, \quad (1)$$

其中, M_s 为结构的质量矩阵; $K_s^* = K_R + iK_I$ 为考虑了 黏弹性材料频率特性的结构复刚度矩阵, 且有 $K_I = K_I(\omega)$; M_A 和 K_A 分别是声场的质量和刚度矩 阵; F_A 为有限元单元节点的等效声载荷; $u \rightarrow p$ 分别 为结构位移场的法向分量矢量和声压; C_{SA} 为系统耦 合矩阵。 在声固耦合界面上,空气质点和结构法向速度 的连续性条件可表示为

$$\boldsymbol{n}^{\mathrm{T}}\rho_{0}\omega^{2}\boldsymbol{u}=-\boldsymbol{n}^{\mathrm{T}}\nabla\boldsymbol{p}\,,\qquad(2)$$

其中, $n n \sum_{sa}$ 分别表示指向入射声场的单位法向量 方向和耦合界面。

将式 (2) 代入声波方程, 得到声场的三维离散形 式为

$$\sum_{e} \left(\int_{\Omega_{A}^{e}} \frac{1}{c^{2}} \delta p \frac{\partial^{2} p}{\partial t^{2}} d\Omega_{A}^{e} \right) + \sum_{e} \left(\int_{\Omega_{A}^{e}} (\nabla \cdot \delta p) (\nabla p) d\Omega_{A}^{e} \right) + \sum_{e} \left(\int_{\Sigma_{AA}^{e}} \rho_{0} \delta p \boldsymbol{n}^{\mathsf{T}} \boldsymbol{u} d\sum_{\mathrm{SA}}^{e} \right) - \sum_{e} \left(\int_{\Sigma_{AA}^{e}} \boldsymbol{n}^{\mathsf{T}} \delta p (\nabla p) d\sum_{\mathrm{AA}}^{e} \right) = 0, \quad (3)$$

其中, \sum_{AA}^{e} , \sum_{SA}^{e} , Ω_{A}^{e} 分别表示单元级的声场边界、 耦合界面和声场域。

本方法在声固耦合界面使用协调节点,变量**u**和 **p**可表示为

$$\boldsymbol{p} = \boldsymbol{N}_P^{\mathrm{T}} \boldsymbol{P}^{\mathrm{e}}, \ \boldsymbol{u} = \boldsymbol{N} \boldsymbol{U}^{\mathrm{e}}, \tag{4}$$

其中, N_P和N分别为声场和结构的全局形函数矩阵。同时,式(1)中的各单元矩阵可以写成

$$\begin{cases} \boldsymbol{M}_{A}^{e} = \frac{1}{c^{2}} \int_{\mathcal{Q}_{A}^{e}}^{N} N_{P} N_{P}^{T} d\mathcal{Q}_{A}^{e}, \ \boldsymbol{K}_{A}^{e} = \int_{\mathcal{Q}_{A}^{e}}^{P} \left(\nabla N_{P}^{T} \right) \left(\nabla N_{P}^{T} \right)^{T} d\mathcal{Q}_{A}^{e}, \\ \boldsymbol{M}_{S}^{e,k} = \sum_{k=1}^{N_{k}} \int_{\mathcal{Q}_{S}^{e}}^{N} N \widehat{\boldsymbol{M}}^{(k)} N^{T} d\mathcal{Q}_{S}^{e}, \ \boldsymbol{K}_{S}^{e,k} = \sum_{k=1}^{N_{k}} \int_{\mathcal{Q}_{S}^{e}}^{P} \boldsymbol{B}^{(k)} \boldsymbol{D}^{(k)} \boldsymbol{B}^{(k)^{T}} d\mathcal{Q}_{S}^{e}, \\ \boldsymbol{C}_{SA} = \int_{\Sigma_{SA}^{e}}^{N} N_{P} \boldsymbol{n}^{T} N^{T} d\sum_{SA}^{e}, \ \boldsymbol{F}_{A} = \boldsymbol{C}_{SA}^{T} \boldsymbol{p}, \end{cases}$$
(5)

其中, $D^{(k)}$, $\hat{M}^{(k)}$, $B^{(k)}$ 分别为第 k 层的广义刚度矩阵、质量矩阵和变形矩阵。

1.2 层间的动力学关系

等效单层法不能捕获黏弹性阻尼层的局部变形, 虽然逐层法可以独立描述每层的位移场,但为了降 低计算成本,需要进一步减少随层数增加的未知 量。本文提出的混合逐层法可以将等效单层法和逐 层法的优点相结合,根据不同结构特点,将实际的几 何层灵活地组合成数值计算层(或称子层),并为每个 子层独立选择基于高阶位移假设的泰勒展开级数。

如图 2(a) 所示, 下标 $p \ \pi k \ \beta$ 别表示该结构实际存在的几何层和数值子层, 从最底层开始计数。原则上几何层 (p)可以任意集合为数值子层 (k), 数值子层的数量始终不高于几何层 ($N_k \le N_p$)。因此, 结构所占有的三维物理域可以表示为



图 2 纤维金属层板的第 k 层数值子层划分及沿厚度方向的动力学假设示意图 (a) 第 k 个数值子层表示为 N_p 层几何层的集合, 上标 (k,p) 表示第 p 个几何层被划分到第 k 个数值子层; (b) 横向位移场采用 3 阶展开的变形示意图

$$V \approx \sum_{e=1}^{N_e} V^e = \sum_{e=1}^{N_e} \sum_{k=1}^{N_k} V^{e,k},$$
 (6)

其中, N_e 为有限元单元总数; $\Omega = [-a/2, a/2] \times [-b/2, b/2]$ 为全局坐标系下的映射参考平面。

在全局坐标 ($z \in [-H/2, H/2]$)中,每个几何层和 数值子层厚度方向的坐标 (z_p, z_k)分别由它们的中 面的厚度坐标 (z_{0p}, z_{0k})来标识:

$$\begin{cases} z_p = z - z_{0p}, \ z_p \in \left[-\frac{h_p}{2}, \frac{h_p}{2} \right], \\ z_k = z - z_{0k}, \ z_k \in \left[-\frac{h_k}{2}, \frac{h_k}{2} \right]. \end{cases}$$
(7)

几何层与数值子层厚度方向坐标(*z_p*, *z_k*)之间的关系为

$$\zeta_p = \frac{h_k}{h_p} \zeta_k + \frac{2}{h_p} (z_{0k} - z_{0p}), \qquad (8)$$

其中, *ζ*_{*p*} 和 *ζ*_{*k*} 分别为几何层和数值子层厚度方向的 局部坐标。

采用泰勒多项式展开表示具有广义高阶剪切变 形假设的第 *k* 层的位移场:

$$\begin{cases} u^{k}(x, y, z^{k}) = u_{0}^{k}(x, y) + z^{k}u_{1}^{k} + (z^{2})^{k}u_{2}^{k} + \dots + (z^{m})^{k}u_{m}^{k}, \\ v^{k}(x, y, z^{k}) = v_{0}^{k}(x, y) + z^{k}v_{1}^{k} + (z^{2})^{k}v_{2}^{k} + \dots + (z^{m})^{k}v_{m}^{k}, \\ w^{k}(x, y, z^{k}) = w_{0}^{k}(x, y) + z^{k}w_{1}^{k} + (z^{2})^{k}w_{2}^{k} + \dots + (z^{n})^{k}w_{n}^{k}, \end{cases}$$
(9)

其中,系数 u_0^k , v_0^k , w_0^k 分别表示沿x,y,z轴的线性平 移;系数 u_1^k 和 v_1^k 表示围绕y和x轴的横向-法向旋转; w_1^k 是横向-法向的拉伸-压缩系数;系数 u_2^k 和 v_2^k , u_3^k , v_3^k 分别表示横截面的抛物线拉伸和立方翘曲;系数 w_2^k 为横向-法向拉伸的线性平移(图 2(b));系数 u_j^k (j=4,5,6,…,m), v_j^k (j=4,5,6,…,m), w_j^k (j=3, 4,5,…,n)分别表示多项式的高阶展开,称为广义位 移场。所有的系数将为有限元模型提供节点自由 度。联立式 (9) 与式 (6)一式 (8), 各数值子层的位移 场就可得到独立描述。

后续推导过程将以面内位移采用 3 阶展开, 面 外位移采用 2 阶展开的形式为例。这种位移场的展 开形式记为 {*m*,*n*} = {3,2}, 变形示意如图 2(b) 所示。 事实上, 基于 Carrera 等^[18]和 Jackstadt 等^[22]对精细 化板壳理论适应性的研究, 该种展开方式可以很好 地平衡自由度和计算精度, 对绝大多数复杂复合结 构具有广泛的适应性。

第 k 层的广义单元位移向量可以表示为

$$\boldsymbol{U}^{e,k} = \sum_{i=1}^{8} N_i(\xi,\eta) \boldsymbol{U}_i^{e,k},$$
 (10)

其中, $U_i^{e,k} = [u_0, v_0, w_0, u_1, v_1, w_1, u_2, v_2, w_2, u_3, v_3]^T$ 为 第 k 层在节点 i 处的位移向量。 $N_i(\xi,\eta)$ 是八节点四 边形单元的形函数, 该单元的节点排列如图 3 所 示。然后, 利用 2 × 2 雅可比矩阵实现局部坐标到全 局坐标的映射, 可表示为

$$\left\{ \begin{array}{c} \frac{\partial N_i}{\partial \xi} \\ \frac{\partial N_i}{\partial \eta} \end{array} \right\} = \left[\begin{array}{c} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \xi} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \eta} \end{array} \right] \left\{ \begin{array}{c} \frac{\partial N_i}{\partial x} \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} \end{array} \right\}.$$
(11)

1.3 本构关系与全局方程

在线性小变形条件下,由式(10)中的广义节点 位移向量可得到第 k 层的广义单元应变向量:

$$\begin{cases} \boldsymbol{\varepsilon}_{b}^{e,k} = \sum_{i=1}^{8} \boldsymbol{B}_{bi}^{e,k} \boldsymbol{U}_{i}^{e,k}, \\ \boldsymbol{\gamma}_{s}^{e,k} = \sum_{i=1}^{8} \boldsymbol{B}_{si}^{e,k} \boldsymbol{U}_{i}^{e,k}, \end{cases}$$
(12)

其中, $\gamma_{s}^{ek} = [\gamma_{yz}^{ek}, \gamma_{zx}^{ek}, \gamma_{xy}^{ek}]^{T}$ 和 $\varepsilon_{b}^{e,k} = [\varepsilon_{x}^{e,k}, \varepsilon_{y}^{e,k}, \varepsilon_{z}^{e,k}]^{T}$ 分别 为横向-剪切应变向量和面内/横向-法向应变向量;



图 3 八节点四边形单元的节点排列及自由度

B^{ek}_{si}和**B**^{ek}分别为应变-位移矩阵在笛卡尔坐标下的 剪切部分和弯曲部分。

在该模型中,每一几何层允许使用具有任意铺 层角度的各向同性或各向异性材料,其应力-应变关 系可用胡克定律表示:

$$\begin{pmatrix} \sigma_{x} \\ \sigma_{y} \\ \sigma_{z} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{zx} \\ \tau_{xy} \end{pmatrix}^{(k,p)} \begin{bmatrix} \overline{C}_{11} & \overline{C}_{12} & \overline{C}_{13} & 0 & 0 & \overline{C}_{16} \\ & \overline{C}_{22} & \overline{C}_{23} & 0 & 0 & \overline{C}_{26} \\ & & \overline{C}_{33} & 0 & 0 & \overline{C}_{36} \\ & & & \overline{C}_{44} & \overline{C}_{45} & 0 \\ & & & & \overline{C}_{55} & 0 \\ & & & & & \overline{C}_{66} \end{bmatrix}^{(k,p)} \begin{pmatrix} \varepsilon_{x} \\ \varepsilon_{y} \\ \varepsilon_{z} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \\ \gamma_{xy} \end{pmatrix}^{(k)} ,$$

$$(13)$$

其中, $\overline{C}_{nm}^{(k,p)}$ ($n,m = 1, 2, \dots, 6$) 为数值子层 k 和几何层 p 在全局坐标系下的三维刚度系数。

将应力分量沿第 k 层厚度方向积分,可以得到 广义单元应力-应变关系:

$$\begin{cases} \boldsymbol{\sigma}_{b}^{e,k} = \boldsymbol{D}_{b}^{e,k} \boldsymbol{\varepsilon}_{b}^{e,k} = \sum_{i=1}^{8} [\boldsymbol{D}\boldsymbol{B}]_{bi}^{e,k} \boldsymbol{U}_{i}^{e,k}, \\ \boldsymbol{\sigma}_{s}^{e,k} = \boldsymbol{D}_{s}^{e,k} \boldsymbol{\gamma}_{s}^{e,k} = \sum_{i=1}^{8} [\boldsymbol{D}\boldsymbol{B}]_{si}^{e,k} \boldsymbol{U}_{i}^{e,k}, \end{cases}$$
(14)

其中, D_{si}^{ek} 和 D_{bi}^{ek} 分别为广义横向-剪切刚度矩阵和 膜/弯曲/横向-法向刚度矩阵; σ_{b}^{ek} 和 σ_{s}^{ek} 分别为广义 应力矢量, 可表示为

$$\begin{cases} \boldsymbol{\sigma}_{b}^{e,k} = \int_{-\frac{h_{k}}{2}}^{\frac{h_{k}}{2}} \left[\boldsymbol{\sigma}_{x}, \boldsymbol{\sigma}_{y}, \boldsymbol{\tau}_{xy}, \boldsymbol{\sigma}_{z}, \boldsymbol{z}\boldsymbol{\sigma}_{x}, \boldsymbol{z}\boldsymbol{\sigma}_{y}, \boldsymbol{z}\boldsymbol{\tau}_{xy}, \boldsymbol{z}\boldsymbol{\sigma}_{z}, \boldsymbol{z}^{2}\boldsymbol{\sigma}_{x}, \right. \\ \left. z^{2}\boldsymbol{\sigma}_{y}, z^{2}\boldsymbol{\tau}_{xy}, z^{3}\boldsymbol{\sigma}_{x}, z^{3}\boldsymbol{\sigma}_{y}, z^{3}\boldsymbol{\tau}_{xy} \right]^{e,k} d\boldsymbol{z}^{k}, \\ \left. \boldsymbol{\sigma}_{s}^{e,k} = \int_{-\frac{h_{k}}{2}}^{\frac{h_{k}}{2}} \left[\boldsymbol{\tau}_{yz}, \boldsymbol{\tau}_{zx}, \boldsymbol{z}\boldsymbol{\tau}_{yz}, \boldsymbol{z}\boldsymbol{\tau}_{zx}, \boldsymbol{z}^{2}\boldsymbol{\tau}_{yz}, \boldsymbol{z}^{2}\boldsymbol{\tau}_{zx} \right]^{e,k} d\boldsymbol{z}^{k}. \end{cases}$$

$$(15)$$

基于哈密顿原理,全局弱形式的平衡方程可表 示为

$$\sum_{e=1}^{N_e} \left\{ \{ \delta \boldsymbol{U}^e \}^{\mathrm{T}} \left(\ddot{\boldsymbol{U}}^e \sum_{k=1}^{N_k} \int_{\Omega_{\mathrm{S}}^e} \boldsymbol{N} \widehat{\boldsymbol{M}}^{(k)} \boldsymbol{N}^{\mathrm{T}} \mathrm{d} \boldsymbol{\Omega}_{\mathrm{S}}^e + \\ \ddot{\boldsymbol{U}}^e \sum_{k=1}^{N_k} \int_{\Omega_{\mathrm{S}}^e} \boldsymbol{B}^{(k)} \boldsymbol{D}^{(k)} \boldsymbol{B}^{(k)^{\mathrm{T}}} \mathrm{d} \boldsymbol{\Omega}_{\mathrm{S}}^e - \int_{\sum_{\mathrm{SA}}^e} \boldsymbol{N}_P^{\mathrm{T}} \boldsymbol{P}^{\mathrm{e}} \mathrm{d} \sum_{\mathrm{SA}}^e \right) \right) = 0,$$
(16)

其中,各参量的定义已在式(5)中给出。采用3×3 高斯正交公式对参考面 Ω(x,y)进行积分,即可求出 全局矩阵。

在动力学分析中常用的简支边界条件可表示为 $v_0 = v_1 = v_2 = 0, w_0 = w_1 = w_2 = 0$ (x = -a/2, a/2),

 $u_0 = u_1 = u_2 = u_3 = 0, w_0 = w_1 = w_2 = 0 (y = -b/2, b/2).$

1.4 控制方程求解

将单元质量矩阵和刚度矩阵集合到全局坐标, 系统的动力学平衡方程为

$$\boldsymbol{M}_{\mathrm{S}}\boldsymbol{\ddot{\boldsymbol{u}}} + \boldsymbol{K}_{\mathrm{S}}\boldsymbol{\boldsymbol{u}} = \boldsymbol{F}_{\mathrm{A}}.$$
 (17)

黏弹性阻尼材料是由高分子聚合物和各种添加 剂组成的复合体系,其阻尼性能主要源于聚合物的 内耗,同时具有黏性液体和弹性固体的特征,在应力-应变过程中存在时滞现象而产生能量的转换和耗 散。首先需要获取黏弹性材料随频率变化的动态力 学参数,这些参数可使用动态力学分析仪 (Dynamic Mechanical Analyzer, DMA)进行实验测定^[30]。实际 操作时一般先对某一黏弹性材料进行一系列不同温 度下的测试,再依据时温等效原理将测试数据向低 频和高频拓展,然后借助合适的表征模型和误差优 化算法对时温等效后的散点测试数据进行曲线拟合, 最终获得黏弹性材料储能模量、损耗因子等参量的 频率拓展主曲线。等温条件下线性各向同性黏弹性 材料的本构关系可以通过一个连续积分表示^[31]:

$$\sigma(t) = G(t)\varepsilon(0) + \int_{0}^{t} G(t-\tau) \frac{\partial \varepsilon(\tau)}{\partial \tau} d\tau, \qquad (18)$$

其中, G(t)是松弛函数, 表示单位时间内应变引发的 应力响应; $\varepsilon(\cdot)$ 表示在一定时段 t 或瞬时 τ 的应变; $\sigma(t)$ 是剪切或拉伸的合成应力; 当 $t \leq 0$ 时, $\varepsilon(t) = 0$ 且 有 $\sigma(t) = 0$ 。

在频域中,可先将式(18)变换至拉普拉斯域,然 后通过复模量的形式将黏弹性材料的频率特性集合 到系统的控制方程。考虑初始条件为零,即ε(0)=0, 其拉普拉斯变换形式为

$$\widetilde{\sigma}(s) = sG^*(s)\widetilde{\epsilon}(s) = G_0[1+h(s)]\widetilde{\epsilon}(s),$$
 (19)
其中, $sG^*(s) = G_0[1+h(s)]$ 表示材料的剪切模量函数;

 $G_0 = \lim_{x \to \infty} G(t) 是 常数, 表示材料松弛后得到的松弛$ $(或静态)剪切模量; <math>G_0 \tilde{\epsilon}(s)$ 表示材料应力中可恢复的 部分(弹性部分); h(s)表示松弛函数, $G_0 h(s) \tilde{\epsilon}(s)$ 表示 材料应力中由于能量耗散而不可恢复的部分(松弛 部分)。

假设 *s* = iω为纯虚变量,则式 (19) 中剪切模量 *sG**(*s*)可以表示为频率ω的复数形式:

$$G^*(\omega) = G'(\omega) + iG''(\omega), \qquad (20)$$

其中, G'(ω)和G''(ω)分别为储能模量(表示可恢复的 能量)和损耗模量(表示耗散掉的能量); η=G''(ω)/ G'(ω)为损耗因子。对于线性各向同性的黏弹性材 料,杨氏模量和剪切模量存在如下关系:

$$E^{*}(\omega) = 2(1+\nu)G^{*}(\omega),$$
 (21)

其中, ν是泊松比; E^{*}(ω)是随频率变化的复杨氏模 量。式 (21) 可以方便地转化为式 (13) 中的刚度系 数。然后联立式 (12)—式 (16), 可得全局控制方程中 的复刚度矩阵 **K**^{*}₈。

已存在多种不同的数学模型表示松弛函数 h(s), 本文采用三级数形式的非弹性位移场模型对黏弹性 材料的频率特性进行表征,具有未知数较少的优点, 其复剪切模量的表达式为

$$G^*(\omega) = G_0 \left(1 + \sum_{j=1}^n \frac{\Delta_j \omega}{\omega - \mathrm{i}\Omega_j} \right), \tag{22}$$

其中, G_0 为静态状态下的剪切模量; Δ_j 和 1/ Ω_j 分别为强度系数和松弛时间。

将结构复刚度矩阵代入式 (17), 结构的受迫运动 方程可转化为

$$\left[\boldsymbol{K}_{\mathrm{S}}^{*}(\omega) - \omega^{2} \boldsymbol{M}_{\mathrm{S}}\right] \boldsymbol{u}^{*} = \boldsymbol{F}_{\mathrm{A}}, \qquad (23)$$

其中, K_s^{*}(ω), M_s, F_A已在式 (1) 中定义; u^{*}是复广 义位移向量。在自由振动分析中求解特征值问题, 其控制方程为

$$\left[\boldsymbol{K}_{\mathrm{S}}^{*}(\omega) - \lambda^{*}\boldsymbol{M}_{\mathrm{S}}\right]\boldsymbol{\Phi}^{*} = 0, \qquad (24)$$

其中, **Φ***和 λ*分别是复模态振型和相关的复特征值, λ*可写为

$$\lambda^* = \lambda (1 + i\eta), \tag{25}$$

其中, $\omega_n = \sqrt{\Re(\lambda)} \pi \eta = \Im(\lambda) / \Re(\lambda)$ 分别为特征频率 和对应的模态损耗因子。

迭代模态应变能法从实特征 **K**(0)的初始猜测 出发,将非线性特征值问题转化为线性迭代问题,可 以精确地求解模态损耗因子。预设的收敛限值 δ表 示为

$$\frac{\|\omega_r - \omega_{r-1}\|}{\omega_{r-1}} \leqslant \delta, \tag{26}$$

其中, ω_{r-1}和ω_r分别为第 r 阶复模态实部特征频率 的初始值和更新值。

1.5 声传输损失计算

板结构的隔声性能可由声传输损失 (Sound Transmission Loss, STL) 来定义, 其表达式为^[27]

$$STL = 10\log\left(\frac{W_i}{W_r}\right),\tag{27}$$

其中, W_i和 W_r分别表示入射声能和透射声能。入射 声能可写为

$$W_i(\theta,\varphi) = \frac{|p_i|^2 S \cos\theta}{2\rho c},$$
(28)

其中, ρc和 S 分别为空气的特征阻抗和结构的表面积。

三维入射平面声波可以表示为[27]

$$p_i(x, y, z) = \widehat{P}_i \exp\left[-i\left(k_x x + k_y y + k_z z\right)\right].$$
(29)

扩散声场由 N 个不相干的随机方向传播的平面波叠 加形成,可以表示为^[27]

$$p_{i}(x, y, z) = \widehat{P}_{i} \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{n=1}^{N} \exp\left[-i(k_{xn}x + k_{yn}y + k_{zn}z)\right].$$
(30)

此外,半无限流体域中的透射声能可以通过基于辐射单元的近场方法获得,其表达式为^[32]

$$W_{r}(\theta,\varphi) = \frac{1}{2} \int_{\Sigma_{SA}} \Re(\widehat{p}_{r} v_{n}^{*}) d\sum_{SA} = \frac{S_{e}}{4} \Re \langle v_{n}^{H} (\mathbf{Z}^{H} \mathbf{Z}) v_{n} \rangle = v_{n}^{H} \mathbf{R} v_{n}, \qquad (31)$$

其中,上标*和H分别代表复共轭和共轭转置; \hat{p}_r 为声压, v_n 为结构法向振速的幅值; S_e 为每个辐射 单元的面积; **R**为辐射阻抗矩阵 **Z**的实部,也称为 辐射阻矩阵。此外,流体加载效应可以由 **Z**的虚部 衡量。

为了更清晰地呈现本方法的建模和求解过程, 图 4 给出了基于本文提出的声固耦合高阶混合逐层 法求解复合层合板的复特征值及声传输损失的流 程。该方法实施流程遵循有限元求解复杂结构动力 学问题的基本框架,可划分为物理问题抽象与参数 输入、层间动力学关系确定、网格划分、单元矩阵装 配、全局方程集成和求解等 6 个主要步骤。该方法 可广泛适用于不同构型的复合层合板,主要特点体 现在:在确定层间动力学关系时允许运用局部坐标 映射原理 (式 (6)—式 (8))将动力学特性相近的多个 邻近几何层等效为单个数值子层、可基于一般高阶



图 4 声固耦合高阶混合逐层法建模与求解流程图

剪切变形理论(式(9))独立选择每个数值子层的三 维位移场、采用复模量的方法将黏弹性材料的频率 特性引入声固耦合控制方程以及采用迭代模态应变 能法求解复特征值等,可供精确分析含黏弹性夹层 的纤维金属层板等复杂复合层板的空气声传输损失 和阻尼特性。

2 模型验证

本节以先前已发表的包含计算结果和实验数据 的复合层合板的自由振动分析及声传输损失预测为 例,验证本文所提高阶混合逐层法的准确性。为保 证结算结果具有较好的收敛性,声场和结构网格划 分分别满足最短声波波长及弯曲波波长的 1/6。

该结构共由 13 层不同材料的几何面层对称堆 叠而成,包括 4 层碳纤维增强复合材料 (Carbon Fiber Reinforced Composite, CFRP)、1 层 Nomex 蜂窝芯以 及带有胶水粘合层的三聚氰胺泡沫芯 (图 5)。该结 构的尺寸为 0.840 m × 0.840 m,厚度为 21.68 mm,材 料参数详见文献 [23]。本例中所有材料的损耗因子 都被认为与频率无关,其中 4 层 CFRP 面层被建模为 1 个数值子层。

为了更精确地捕捉三聚氰胺泡沫芯的横向剪 切、拉伸变形等各类变形,使用本文的计算模型时, 将式 (9) 中面内和面外位移展开阶数设置为 {m,n} = {3,2}。采用的网格密度为 30×30, 计算机处理器为 Intel (R) Core (TM) i7-9750 H CPU @ 2.60GHz, 使用 本文方法和等效单层法计算前 300 阶特征频率耗时 分别为 6 分 27 秒和 2 分 11 秒, 使用本文方法计算单 个频点声传输损失的耗时为 46 秒。尽管本文方法 在计算效率上稍逊色于等效单层法, 但是本文的高 阶混合逐层法主要面向层数较多或层间动力学差异 较大的复杂层合板结构, 能够考虑各数值子层的局 部动力学行为, 在自由振动分析及声传输损失预测 等方面可以得出更为精确的结果。权衡计算精度与 效率, 本文方法的计算成本可以接受。



图 6 比较了采用本文方法与 D'Ottavio 等^[23] 计 算该结构特征频率的结果。可以看出,在高于 620 Hz 的频段,由于三聚氰胺泡沫芯的弹性模量相





图 6 复合层合板的特征频率变化

对较小,出现了沿厚度方向的膨胀模态,使共振模态的分布更为密集。本文方法的结果与 D'Ottavio 等^[23]的高阶模型结果较为一致,但是采用位移场展开阶数为 {*m*,*n*} = {1,0}的低阶模型不能够准确捕获结构的高阶模态。

图 7 为基于本文提出的模型、Yang 等^[33]的波数 有限元法和传递矩阵法的声传输损失结果与 Dozio 等^[34] 实验结果的对比。Dozio 等^[34] 的实验基于 ISO 140-3:1995^[35] 中提出的实验室测量建筑构件空气声 隔声性能的声压法,该方法在低频段易受不理想扩 散场条件、板的尺寸与安装条件等因素的影响,测量 可复现度较差,因此没有呈现低于110Hz的数据。 该板的(1,1)阶共振频率为19Hz,吻合频率为618Hz。 声传输损失的频谱可分为3个区,其中低于(1,1)阶 共振频率的频段称为刚度控制区;第2个区域位于 (1,1) 阶共振频率和吻合频率之间, 此时声传输损失 的总体趋势符合质量定律,但低阶模态共振的影响 也不能忽视;第3个区域是吻合效应区,此区域内高 于吻合频率的声传输损失的曲线斜率一般大于由质 量定律形成的曲线斜率。显然,三个模型的预测结 果基本与实验数据吻合。传递矩阵法由于基于无限 大板的假设,无法体现出模态共振的影响。本文模 型在预测结果方面表现出与 Yang 等^[33] 的波数有限



图 7 声传输损失预测结果对比

元模型很好的一致性。虽然这两种模型都考虑了模态共振对隔声性能的影响,但在共振频率处的结果仍存在些许差异。这主要是因为 Yang 等^[33] 的模型 是半解析性质的,没有考虑结构和声场间的耦合效 应,这种耦合即使在轻流体条件下也会对共振频率 处的声传输损失产生一定影响^[36]。上述对比结果表 明,本文提出的方法可准确地预测复杂层合板的声 传输损失。

3 结果与讨论

由前文分析可知,本文提出的模型具有可靠的 计算精度。本节以一种13层的含黏弹性芯纤维金 属层板为数值算例,研究其自由振动响应与隔声特 性。这两种分析均考虑了黏弹性材料的频率特性。

3.1 自由振动分析

讨论阻尼层的厚度和刚度变化对结构特征频率 和对应模态损耗因子的影响。表1列出了该结构的 各层材质、厚度和叠层方式,其表层由4层CFRP组 成,采用了工程上常用的±45°平衡铺层的方式,以保 证一定刚度强度。考虑到4层CFRP表层具有相同 的厚度和材料性质,采用等效单层法对其进行建模, 而其他层采用逐层法。对于每个数值子层,使用阶 数为{m,n} = {3,2}的位移场展开形式。板的尺寸为 0.455 m×0.386 m,并施加四边简支边界条件。黏弹性 阻尼层的材质选用 3M-ISD 112, 密度 ρ = 1600 kg/m³, 泊松比v = 0.49,剪切模量在 27°C 时使用式 (22)的 非弹性位移场模型进行拟合^[37],相应级数项见表 2。 图 8 展示了储能模量和阻尼损耗因子的频谱。该结 构的其余材料参数见表 3。

图 9 展示了阻尼层厚度和刚度变化对结构前六 阶特征频率和对应模态损耗因子的影响,数据通过 表 1 中阻尼层厚度为 2.25 mm 的板构型进行归一化 处理。如图 9(a) 所示,随着阻尼层厚度缩放因子 κ

几何层编号	计算层 编号	材料	铺层角度	几何层厚 度 (mm)	
1~4, 10~13	1,7	CFRP	45°/-45°/45°/-45°	0.28	
5, 8	2,6	胶水	—	0.1	
6, 9	3, 5	钢	—	0.65	
7	4	黏弹性阻尼	—	2.25	

表1 含黏弹性芯纤维金属层板的分层信息

表 2 3M-ISD112 黏弹性材料在 27 ℃ 时采用非弹性位移场 模型拟合的级数项^[37]

i	Δ_i	Ω_i (rad/s)
1	0.746	468.7
2	3.265	4742.4
3	43.284	71532.5

从 0.01 增长到 10, 特征频率呈现出逐渐降低的趋势, 主要原因是阻尼层的弹性模量较与之贴合的钢面层 小 4~5 个量级,随着较柔软的阻尼材质占比增加,结 构的表观弯曲刚度降低。当κ>1时,模态损耗因子 几乎呈指数增长。当 $\kappa < 1$ 时,模态损耗因子呈现出 先增加后减小的趋势,在此区间内, κ存在一个最佳 取值,允许以较薄的阻尼层实现较高的模态损耗因 子。例如、当κ=0.05时、第一阶模态损耗因子可达 到最大值。当阻尼层较薄时,由其分子结构产生的 内聚力相对较弱,在两侧钢面层的约束下导致了较 大程度的剪切变形。但是若阻尼层非常厚,模态损 耗因子的变化就不仅仅由变形引起,而主要取决于 阻尼层在整个结构中材料占比;也就是说,此时较高 的结构模态损耗因子由阻尼材料的固有阻尼所决 定。同时也可看出,高阶模态的损耗因子对κ值的变 化更为敏感,主要是因为高阶模态包含更多的弯曲、 扭转和压缩等局部形变。这些局部变形可以显著提 升阻尼层的耗能能力。

阻尼层的刚度缩放因子 ς 是指与黏弹性材料储 能模量相乘的系数。如图 9(b)所示,随着 ς 的取值在 0.1~100范围内变化,结构的特征频率单调递增。 ς 存在最优取值,以使结构的模态损耗因子最大化,但 获得不同阶模态损耗因子最大值需要不同的 ς 取 值。当 ς =10时,第一阶模态损耗因子有最大值;对 于第二阶和第三阶的最大模态损耗因子, ς 的取值约



图 8 3M-ISD 112 黏弹性材料在 27 ℃ 下的主曲线^[37]

为 30。阻尼层的刚度直接影响其黏性,进而影响剪 切应变能。当其与贴合的钢面层实现最佳刚度匹配 时,阻尼层自身的内聚力较强,可以通过剪切等变形 实现更大的能量耗散。相反,如果阻尼层的刚度过 高,各层间的动力学差异相应减小。在这种情况下, 阻尼层难以产生对增大模态损耗因子起主导作用的 剪切变形以及其他局部变形,从而导致结构的模态 损耗因子减小。

3.2 声传输损失预测

分析含黏弹性芯纤维金属层板的空气声隔声特性。此处使用的构型与 3.1 节一致,板的尺寸为 0.762 m×0.483 m。考虑 κ 的四种变化取值: 0, 0.01, 0.02, 0.30。参考值对应于无阻尼层 ($\kappa = 0$)的构型配置。在不同入射角度的平面波激励条件下研究了该构型的隔声特性。对于正入射情况,仰角和方位角均为 0° ($\theta = \phi = 0^\circ$);对于斜入射情况,方位角 ϕ 保持在 45°,而仰角 θ 的变化为 30°, 60°, 85°。

图 10 展示了该结构在 10~2000 Hz 的窄带声传 输损失频谱,频率间隔为 2 Hz。图中标记出了对隔 声行为有明显影响的结构共振模态。可以发现,无 论是正入射还是斜入射的情况,低阶奇--奇阶模态, 如 (1,1)阶、(3,1)阶和 (1,3)阶,都会对隔声性能产 生强烈的不利影响。在斜入射情况下,随着θ的增 加,共振模态在声传输损失频谱上引发更为明显的 隔声低谷。

对于正入射的情况(图 10(a)),入射声场荷载均

材料	ρ (kg/m ³)	η (%)	弹性模量 (GPa)		剪切模量 (GPa)		泊松比				
			E_1	E_2	E_3	G_{12}	G_{13}	G_{23}	\mathcal{V}_{12}	\mathcal{V}_{13}	\mathcal{V}_{23}
CFRP	1496	0.1	113.70	7.75	7.75	3.76	3.76	2.75	0.34	0.34	0.40
胶水	1025	0.01	1.87		0.78		0.45				
钢	7800	0.1	210		—		0.3				

表3 含黏弹性芯纤维金属层板的材料参数

报



图 9 黏弹性阻尼层厚度和刚度 (储能模量) 变化对前六阶特征频率和模态损耗因子的影响 (数据通过阻尼层厚度为 2.25 mm 的板构型 进行归一化处理) (a) 厚度变化; (b) 刚度变化

匀分布于结构表面,只有奇-奇阶模态被激发。当 κ = 0时, (5, 1) 阶、(1, 5) 阶和 (9, 1) 阶等高阶奇--奇 阶模态对声传输损失的影响不可忽视。通过置入黏 弹性阻尼层,可以使共振频率处的隔声低谷得到有 效抬升。具体而言,对应κ从低到高排列,(1,1)阶模 态对应的模态损耗因子分别为 0.000857, 0.06414, 0.10813, 0.22694。当κ=0.3时, 不仅由(1,1)阶模态 引起的隔声低谷得到显著改善,也有效地抵消了高 阶模态对隔声的不利影响。尽管增加阻尼层的厚度 会导致结构的表观弯曲刚度降低,这表现为在刚度 控制区, 声传输损失下降了约5dB。此外, 在中高频 段 (>400 Hz), 模态分布往往比较密集, 极易出现简 并现象,可能导致隔声量在多个连续频点上的持续 降低。作为举例,图 10(a)的局部放大图展示了由于 (5,7) 阶和(11,1) 阶模态之间的简并, 声传输损失在 1240~1360 Hz 之间平均降低了约 8 dB。在中高频段, 结构共振模态的振幅通常较小,仅需较小的模态损 耗因子就可使声传输损失频谱上的一系列隔声低谷 消除。因此,约束层阻尼可以在较宽的频带范围内

提升结构的声传输损失,实现近似质量定律的理想 空气声隔声表现。通过置入约束层阻尼,纤维金属 层板在应对具有不同频谱特征的各类实际声源时, 可以表现出稳健的隔声性能。

对于斜入射的情况 (图 10(b)(c)), 方位角 ¢ 的变 化对声传输损失的影响已被证实几乎可忽略, 本文 采用 ¢ = 45°, 代表了三维平面波入射声场的一种典 型情况。由于此时存在 x 和 y 方向的波矢分量, 会激 发更广泛的共振模态, 如奇-偶、偶-奇和偶-偶阶模 态也会被激发。该板构型在斜入射时表现出与正入 射时类似的隔声表现, 但是此时分配到结构表面各 单元节点的声波荷载的法向分量变小, 导致隔声量 整体比正入射时低。同时, (1, 4) 阶和 (4, 1) 阶等奇-偶、偶-奇阶模态, (2, 4) 阶和 (2, 6) 阶等偶-偶阶模态 对隔声的影响也不容忽视。

3.3 阻尼贡献机理分析

为了更好地解释黏弹性约束层阻尼对声能的耗 散机制,以 θ = 30°为例,比较了受(1,3)阶共振模态 控制下该板的受迫弯曲模态振型,结果如图 11 所



图 10 含黏弹性芯纤维金属层板的声传输损失频谱 (a) 正入射 ($\theta = 0^\circ$, $\phi = 0^\circ$); (b) 斜入射 ($\theta = 30^\circ$, $\phi = 45^\circ$); (c) 斜入射 ($\theta = 60^\circ$, $\phi = 45^\circ$)



图 11 平面声波斜入射 (θ = 30°, ϕ = 45°)时,含黏弹性芯纤维金属层板的 (1,3)阶受迫弯曲模态振型 (a) κ = 0; (b) κ = 0.01; (c) κ = 0.02

示。图 11(b)(c) 的色条已设定为相同的范围, 横向位移的正方向 (w>0) 为声波入射方向。

当 κ =0时,与自由振动的振型相比,受迫模态 振型没有发生明显改变,板在入射方向和透射方向 的法向振幅基本相同。在 κ 取 0.01 和 0.02 的情形 下,结构的受迫模态振幅整体比没有阻尼层时低了 约 2 个量级 (10⁻²)。这是由于含黏弹性芯纤维金属 层板存在较大的层间刚度差异,诱发阻尼层产生了 丰富的形变,使振动能量大幅度耗散为内能,从而降 低了受迫弯曲模态的振幅。同时,由于阻尼层的置 入,受迫模态的振型分布产生了明显的变化,较多的 振幅分布指向入射方向,这有助于反射更多的声 波。当 κ =0.01时,入射方向上具有更大位移幅值; κ =0.02 的配置使透射方向上的振幅更小。以面外运 动为主要特征的受迫弯曲模态与周边空气发生耦合, 振型分布的改变直接影响了结构的隔声特性。约束 层阻尼对复合板隔声性能提升的贡献机理,可以归 纳为两方面:一是由于入射声波激励引发的复合板 中的一部分振动能量被黏弹性材料的各类变形所耗 散;二是复合板受迫弯曲模态振型由于阻尼层的置 入而改变,更多的声能被反射,这两种现象最终导致 透射声能占总能量的比重减少。对于隔声问题,声 能传递过程中遵循总能量守恒,复合板两侧空气域 中存在入射、反射和透射三种形式的能量。基于式(27) 声传输损失的定义,声传输损失的大小取决于入射 声能和透射声能的比值,在入射声能不变的情况下, 黏弹性约束层阻尼可以有效提升结构在共振频率处 的隔声性能。

4 结论

本文基于一般化的高阶剪切变形理论及局部坐 标映射原理,提出了一种声固耦合高阶混合逐层计 算模型,可用于精确预测含黏弹性夹层的纤维金属 层板等复杂层合板结构的空气声隔声性能与阻尼 特性。

以一种 13 层的含黏弹性芯纤维金属层板构型 为例,运用该方法研究了板的自由振动响应、以及在 不同入射角度平面波激励下的声传输损失行为。当 改变黏弹性约束层阻尼的厚度时,结构的特征频率 和对应模态损耗因子呈现出不同的变化趋势,可以 实现通过使用相对较薄的阻尼层获得相对较高的模 态损耗因子。同时,高阶模态包含更多的局部形变, 显著提升了阻尼层的耗能能力,使高阶模态损耗因 子对黏弹性材料材质参数的变化更为敏感。当黏弹 性材料的储能模量变化时,存在最佳刚度匹配以实 现模态损耗因子的最大化。

对该构型窄带声传输损失行为的研究表明,在 低频段,黏弹性约束层阻尼在(1,1)阶、(1,3)阶和(3, 1)阶等共振频率处显著提升了由于模态共振导致的 隔声低谷;在中频段可以消除由于模态间简并引发 的较宽频范围的隔声性能下降,实现近似质量定律 的理想空气声隔声性能。黏弹性约束层阻尼对结构 隔声性能提升的主要贡献机理为:1)黏弹性材料的 剪切和压缩等变形,导致激发复合板振动的一部分 入射声能被耗散;2)阻尼层的置入改变了复合板的 受迫弯曲模态振型,使更多的声能被反射,这两种现 象最终导致透射声能占总声能的比重减少。本研究 为层数较多的复杂层合板结构空气声隔声性能提供 了可靠的预测与分析方法,有助于推动轻量化、高性 能化载人装备以及建筑墙体构件的研发与应用。

参考文献

- 陶杰,李华冠,潘蕾,等.纤维金属层板的研究与发展趋势.南京 航空航天大学学报,2015;47(5):626-636
- Rao M D. Recent applications of viscoelastic damping for noise control in automobiles and commercial airplanes. *J. Sound Vib.*, 2003; 262(3): 457–474
- 3 Fan R, Meng G, Yang J, *et al.* Experimental study of the effect of viscoelastic damping materials on noise and vibration reduction within railway vehicles. *J. Sound Vib.*, 2009; **319**: 58–76
- 4 Talebitooti R, Zarastvand M R. Vibroacoustic behavior of orthotropic aerospace composite structure in the subsonic flow considering the Third order Shear Deformation Theory. *Aerosp. Sci. Technol.*, 2018; 75(4): 227–236

- 5 Kerwin E M. Damping of flexural waves by a constrained viscoelastic layer. J. Acoust. Soc. Am., 1959; 31(7): 952–962
- 6 赵云峰.高性能黏弹性阻尼材料及其应用.宇航材料工艺, 2009; 39(5):1-6
- 7 卢天健,何德坪,陈常青,等.超轻多孔金属材料的多功能特性 及应用.力学进展,2006;36(4):517-535
- 8 Liu B, Feng L, Nilsson A. Sound transmission through curved aircraft panels with stringer and ring frame attachments. *J. Sound Vib.*, 2007; **300**: 949–973
- 9 Kurtze G, Watters B G. New wall design for high transmission loss or high damping. J. Acoust. Soc. Am., 1959; 31(6): 739–748
- 10 Dym C L, Lang D C. Transmission loss of damped asymmetric sandwich panels with orthotropic cores. J. Sound Vib., 1983; 88(3): 299–319
- Moore J A, Lyon R H. Sound transmission loss characteristics of sandwich panel constructions. *J. Acoust. Soc. Am.*, 1991; **89**(2): 777–791
- 12 Zhou R, Crocker M J. Sound transmission characteristics of asymmetric sandwich panels. J. Vib. Acoust., 2010; 132(3): 031012
- 13 辛锋先,卢天健,陈常青.轻质金属三明治板的隔声性能研究. 声学学报,2008; 33(4): 340-347
- 14 Nilsson A C, Liu B. Prediction of some vibro-acoustic properties of sandwich plates with honeycomb and foam cores. J. Acoust. Soc. Am., 2018; 144(3): 1600–1614
- 15 Du S, An F, Liu B. On the sound transmission loss of finite plates with constrained viscoelastic layer. *Appl. Acoust.*, 2019; **149**(6): 32–38
- 16 赵艳菊, 宋士轲, 陈大伟, 等. 非对称夹芯板隔声量的解析计算 模型及影响因素. 声学学报, 2022; 47(1): 114-125
- 17 徐超,林松,王立峰,等. 基于 Layerwise 理论的共固化黏弹阻尼 复合材料动特性分析. 振动与冲击, 2015; **34**(1): 6-12
- 18 Carrera E, Miglioretti F, Petrolo M. Guidelines and recommendations on the use of higher order finite elements for bending analysis of plates. *Int. J. Comput. Methods Eng. Sci. Mech.*, 2011; **12**(6): 303–324
- 19 Sayyad A S, Ghugal Y M. On the free vibration analysis of laminated composite and sandwich plates: A review of recent literature with some numerical results. *Compos. Struct.*, 2015; **129**(11): 177–201
- 20 Moreira R A S, Dias Rodrigues J. A layerwise model for thin soft core sandwich plates. *Comput. Struct.*, 2006; 84: 1256–1263
- 21 Ferreira A J M, Araújo A L, Neves A M A, *et al.* A finite element model using a unified formulation for the analysis of viscoelastic sandwich laminates. *Composites Part B*, 2013; **45**(1): 1258–1264
- 22 Jackstadt A, Liebig W V, Kärger L. Analytical modeling and investigation of constrained layer damping in hybrid laminates based on a unified plate formulation. *Int. J. Mech. Sci.*, 2022; 216(4): 106964
- D'Ottavio M. A sublaminate generalized unified formulation for the analysis of composite structures. *Compos. Struct.*, 2016; 142(8): 187–199
- 24 马卓瑞,李金强,冯伟.含粘弹性层纤维增强层合板的热屈曲及 阻尼特性分析.太原理工大学学报,2018;49(5):724-730
- 25 祖旭东, 任旭辉, 邹泽煜, 等. 带有多孔泡沫芯的纤维/树脂三明 治板声振特性. 航空动力学报, 2023; 38(9): 2214-2220
- 26 Assaf S, Guerich M, Cuvelier P. Vibration and acoustic response of damped sandwich plates immersed in a light or heavy fluid. *Comput. Struct.*, 2010; 88: 870–878

- 27 Loredo A, Plessy A, El Hafidi A, *et al.* Numerical vibroacoustic analysis of plates with constrained-layer damping patches. *J. Acoust. Soc. Am.*, 2011; **129**(4): 1905–1918
- 28 Larbi W, Deü J F, Ohayon R, *et al.* Coupled FEM/BEM for control of noise radiation and sound transmission using piezoelectric shunt damping. *Appl. Acoust.*, 2014; 86: 146–153
- 29 Ren S, Zhao G, Zhang S. A layerwise finite element formulation for vibration and damping analysis of sandwich plate with moderately thick viscoelastic core. *Mech. Adv. Mater. Struct.*, 2019; 27(14): 1201–1212
- 30 孟祥艳,魏莉萍,刘运传,等.测试参数对橡胶阻尼材料动态热机械分析结果的影响.理化检验(物理分册),2013;49(4): 241-243
- 31 Vasques C, Moreira R, Rodrigues J D. Experimental identification of GHM and ADF parameters for viscoelastic damping modeling. The III European Conference on Computational Mechanics: Solids, Structures and Coupled Problems in Engineering, Lisbon, Portugal, 2006: 1–24
- 32 Johnson M E, Elliott S J. Active control of sound radiation using volume velocity cancellation. J. Acoust. Soc. Am., 1995; 98(4):

2174-2186

- 33 Yang Y, Kingan M J, Mace B R. A wave and finite element method for calculating sound transmission through rectangular panels. *Mech. Syst. Signal Process.*, 2021; **151**(6): 107357
- 34 Dozio L, Vescovini R, D'Ottavio M. Structural and acoustic response of finite sandwich plates by using sublaminate models with variable kinematics. The 12th International Symposium on Vibrations of Continuous Systems, Badia, Italy, 2019: 1–3
- 35 Technical Committee ISO/TC 43, Acoustics, Subcommittee SC 2, Building acoustics. Acoustics—Measurement of sound insulation in buildings and of building elements—Part 3: Laboratory measurements of airborne sound insulation of building elements: ISO 140-3:1995. The International Organization for Standardization, 1995: 18
- 36 Fahy F J, Gardonio P. Sound and structural vibration: Radiation, transmission and response. 2nd edition. London: Academic Press, 2007
- 37 Trindade M A, Benjeddou A, Ohayon R. Modeling of frequencydependent viscoelastic materials for active-passive vibration damping. J. Vib. Acoust., 1999; 122(2): 169–174