

分散式速度反馈控制流激薄板声振响应的 模态解及特性*

韦大朋 刘好胜 刘碧龙[†]

(青岛理工大学 机械与汽车工程学院 青岛 266520)

2022 年 12 月 14 日收到

2023 年 3 月 7 日定稿

摘要 采用模态展开法推导了湍流边界层和分散式速度反馈控制共同作用下薄板的响应和声辐射,给出了与分散式速度反馈控制增益系数、单元位置、数量和大小相关的模态阻尼的显示表达式。给定激励和参数的条件下,通过与元素法的计算结果进行对比,验证了模态展开法具有较高的计算效率和准确性。讨论了分散式速度反馈控制单元的布置方式和数量对模态阻尼的影响,以及反馈控制单元的布置方式对薄板动能、辐射声功率和模态平均辐射系数的影响。数值分析结果表明反馈控制单元的数量和布放位置对控制效果影响显著,反馈控制单元沿螺旋线布置能明显拓宽控制频带;两种反馈控制单元布置方式,在动能和辐射声功率控制较好的共振频率处,除第一阶模态外,模态平均声辐射效率随反馈增益的增大明显提高。

关键词 模态展开法,湍流边界层,反馈控制,模态阻尼

PACS 数 43.40, 43.50, 43.28

DOI: [10.12395/0371-0025.2022172](https://doi.org/10.12395/0371-0025.2022172)

Modal solution and characteristics of decentralized velocity feedback controlled flow-excited thin plate acoustic vibration response

WEI Dapeng LIU Haosheng LIU Bilong[†]

(School of Mechanical and Automotive Engineering, Qingdao University of Technology Qingdao 266520)

Received Dec. 14, 2022

Revised Mar. 7, 2023

Abstract The response and acoustic radiation of a turbulent boundary layer (TBL) induced thin plate under decentralized velocity feedback control are derived using the modal expansion method, in which an explicit expression for the modal damping related to the gain coefficient, unit location, number and size of the decentralized velocity feedback control is given. For the given excitation and parameters, the current approach was verified to have much higher computational efficiency in comparison with that of the finite unit method. The effects of the arrangement and number of decentralized velocity feedback control units on the modal damping, and the effects of the arrangement of the feedback control units on the kinetic energy and radiated sound power of the thin plate are discussed. The numerical analysis results show that the number and location of feedback control units have a significant effect on the control effect, and the arrangement of feedback control units along the helix can significantly broaden the control band, the average modal radiation efficiency of the two feedback control units increases with the increase of feedback gain except for the first mode at the resonant frequencies with better kinetic energy and radiated sound power control.

Keywords Modal expansion method, Turbulent boundary layer, Feedback control, Modal damping

* 国家自然科学基金项目 (11874034) 资助

[†] 通讯作者: 刘碧龙, liubilong@qut.edu.cn

引言

湍流边界层 (TBL) 脉动压力与薄板相互作用引起的噪声及其控制是结构声中最具代表性的问题之一^[1-3]。Graham^[4-5] 基于模态展开法求解了 TBL 激励下机身侧板以及带有装饰层的侧板的声振响应, 探讨了结构阻尼对声辐射的影响。Liu 等^[6] 采用模态展开法计算了加筋薄板在 TBL 激励下的噪声, 结果表明垂直于来流方向的加强筋对辐射噪声有明显的影响。Liu 等^[7] 还求解了 TBL 激励下飞机壁板的声振响应, 并与 P180 的飞行实测数据进行了比较。其中将模态激励项简化成二重积分, 适用各种 TBL 模型, 并显著提高了计算效率。增加结构阻尼是抑制薄板振动和声辐射的常见方法。研究表明, 无源阻尼抑制 TBL 引起的振动和噪声效果明显, 其中抑制振动的效果更佳, 说明结构阻尼增加了平均模态辐射效率^[8]。Kou 等^[9-10] 研究了结构阻尼和流速对平板声辐射效率的影响, 推导了包含阻尼影响的板结构声辐射效率公式, 修正了无限大板的 Cremer 公式^[11] 和有限大板的 Leppington 公式^[12]; 发现在流体动力吻合频率以下, 声辐射效率随着流速增加而显著增加, 阻尼影响也更加显著。除无源阻尼外, 分散式速度负反馈控制也是一种增加结构阻尼的方法。即通过作动器输出与测试速度符号相反、大小成正比的力, 相当于在安装位置处附加等效的阻尼, 从而降低板的振动和声辐射^[13-15]。Elliott 等^[16] 和 Jayachandran 等^[17] 的仿真数据表明, 分布式速度反馈在较大增益系数范围内无条件稳定, 是一种相对鲁棒的控制方法。他们在研究中最初使用惯性作动器, 而惯性作动器产生足够大的激振力需要较大的质量, 在需要大力值的低频场合, 较为笨重。实际应用中, 采用与平板集成的压电片执行器更为方便。由于分散式速度反馈控制通常不方便获取结构的物理信息, 因此很难获得最优增益系数。为了解决这一问题, 曹寅等^[18-19] 提出了压电片虚吸收能的概念, 该概念利用最大虚吸收能获得最佳增益系数, 相对于动能或声辐射功率更容易测量。Gardonio 等^[20-22] 采用元素法 (Element-based model) 从理论和实验角度分析了单极子声源激励下板的分散式速度反馈的控制效果。分散式速度反馈控制不仅适用于扩散声场激励, 也适用于 TBL 激励, Rohlfing 等^[23] 通过理论与数值仿真研究了随机激励和 TBL 激励下速度负反馈控制电路在均匀板和轻量夹层板上的控制效果。

板上具有多个速度反馈控制单元的求解, 常采

用元素法^[16-23], 即将板划分成若干个小单元, 小单元的大小决定了计算的精度。若板上划分的小单元数目过多, 将导致矩阵元素的数目急剧增加, 一般的计算机无法承受巨大的计算量, 因此这种方法不适用较大板的求解或寻优。采用模态展开法计算板振动的反馈控制不仅能够避免复杂矩阵的运算, 而且受尺寸的限制较小。本文基于模态展开法求解了 TBL 激励下板上分散布置多个反馈控制单元时板的响应与辐射, 得到了反馈增益与模态阻尼的显示表达式。该模型不仅将分散式反馈控制的阻尼机制以模态阻尼的形式给出, 而且板的尺寸较大时, 计算优势尤为显著。

1 理论模型

考虑一个边界简支的薄板, 板的长度为 L_x , 宽度为 L_y , 厚度为 t , 两侧为空气介质, 其中一侧的空气沿 x 方向的自由流速为 U_∞ , 板上放置 R 个由压电作动器和速度传感器组成的反馈控制单元, 如图 1 所示。空气的密度为 $\rho_0 = 1.21 \text{ kg/m}^3$, 声速为 $c_0 = 340 \text{ m/s}$ 。

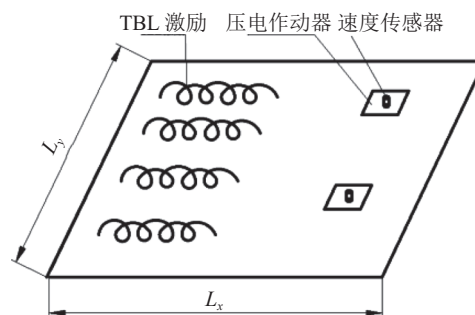


图 1 TBL 激励下板振动的分散反馈控制

假设在位置向量 \mathbf{r}_0 点处受到一法向力 F 的激励, 薄板在 \mathbf{r} 点的位移响应为^[7]

$$W(\mathbf{r}, \omega) = H(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0, \omega) \cdot F(\mathbf{r}_0, \omega), \quad (1)$$

其中, $\mathbf{r}_0 = (x_0, y_0)$, $\mathbf{r} = (x, y)$, $H(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0, \omega)$ 是 \mathbf{r}_0 点处单位脉冲引起 \mathbf{r} 点处的响应, 可表示为模态叠加的形式:

$$H(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0, \omega) = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N H_{mn}(\omega) \Phi_{mn}(\mathbf{r}) \Phi_{mn}(\mathbf{r}_0), \quad (2)$$

式中, $H_{mn}(\omega)$ 为模态振幅, $\Phi_{mn}(\mathbf{r})$ 为模态振型函数:

$$\Phi_{mn}(\mathbf{r}) = \frac{2}{\sqrt{L_x L_y}} \sin(k_m x) \sin(k_n y), \quad (3)$$

式中, $k_m = m\pi/L_x$, $k_n = n\pi/L_y$, (m, n) 为横向和纵向的模态数。

含分散式速度反馈控制板的薄板在单位脉冲下的响应 $H(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0, \omega)$ 满足如下控制方程:

$$(D\nabla^4 - m_p \omega^2) H(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0, \omega) - \sum_{s=1}^R \Gamma \Lambda(\mathbf{r}_s) = \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0), \quad (4)$$

其中, D 和 m_p 分别为板的刚度和面密度, $\nabla^4 = \partial^4/\partial x^4 + 2\partial^4/(\partial x^2\partial y^2) + \partial^4/\partial y^4$, ω 为角频率, Γ 为压电片激发的线力矩, 在速度负反馈控制中, 可以表示为负号、增益系数 h 和速度的乘积。 $\Lambda(\mathbf{r}_s)$ 为第 s 个压电片所激发线力矩的位置函数^[24]:

$$\begin{aligned} \Lambda(\mathbf{r}_s) = & [\delta'(x_s - x_{s1}) - \delta'(x_s - x_{s2})] \cdot \\ & [h(y_s - y_{s1}) - h(y_s - y_{s2})] + \\ & [h(x_s - x_{s1}) - h(x_s - x_{s2})] \cdot \\ & [\delta'(y_s - y_{s1}) - \delta'(y_s - y_{s2})], \end{aligned} \quad (5)$$

其中, (x_s, y_s) 为压电片中心点的位置坐标, $x_{s1}, x_{s2}, y_{s1}, y_{s2}$ 为第 s 个压电片的四条边的位置坐标。

采用伽辽金法, 即在控制方程 (4) 两边同乘以模态振型^[25], 并在各自区域内做二重积分, 得到

$$m_p [\omega_{mn}^2 (1 + j\eta) - \omega^2] H_{mn}(\omega) - F_{pe, mn} = 1, \quad (6)$$

其中, $F_{pe, mn}$ 为压电作动器产生的模态力:

$$F_{pe, mn} = \sum_{s=1}^R \Gamma \int_0^b \int_0^a \Lambda(x_s, y_s) \Phi_{mn}(x_s, y_s) dx_s dy_s. \quad (7)$$

进一步求解得到

$$\begin{aligned} F_{pe, mn} = & \frac{2\Gamma}{\sqrt{ab}} \frac{k_m^2 + k_n^2}{k_m k_n} \sin(k_m a_{pe}) \sin(k_n b_{pe}) \cdot \\ & \sum_{s=1}^R \sin(k_m x_s) \sin(k_n y_s), \end{aligned} \quad (8)$$

其中, a_{pe} 和 b_{pe} 为单个压电片的长和宽, R 为板上放置压电作动器的总数。

将反馈控制考虑在内, 线力矩与模态速度成正比, 设增益系数为 h , 则压电作动器激发的线力矩为

$$\Gamma = -j\omega h \frac{2}{\sqrt{ab}} \sum_{m'=1}^M \sum_{n'=1}^N H_{m'n'}(\omega) \sin(k_{m'} x_s) \sin(k_{n'} y_s). \quad (9)$$

代入式 (8), 得到压电作动器产生的模态力为

$$F_{pe, mn} = -\frac{4j\omega h A_{mn}}{ab} \sum_{m'=1}^M \sum_{n'=1}^N H_{m'n'}(\omega) \sin(k_{m'} x_s) \sin(k_{n'} y_s), \quad (10)$$

其中

$$\begin{aligned} S_{ww}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \omega) = & \int_S \int_S S_{pp}(\mathbf{r}_{01} - \mathbf{r}_{02}, \omega) H^*(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_{01}, \omega) H(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}_{02}, \omega) d\mathbf{r}_{01} d\mathbf{r}_{02} = \\ & \Phi_{PP}(\omega) \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N |H_{mn}(\omega)|^2 \Phi_{mn}(\mathbf{r}_1) \Phi_{mn}(\mathbf{r}_2) J_{mn}(\omega), \end{aligned} \quad (18)$$

其中

$$J_{mn}(\omega) = \int_S \int_S S_{pp}(\mathbf{r}_{01} - \mathbf{r}_{02}, \omega) \Phi_{mn}(\mathbf{r}_{01}) \Phi_{mn}(\mathbf{r}_{02}) d\mathbf{r}_{01} d\mathbf{r}_{02}. \quad (19)$$

上式可定义为湍流边界层激励与薄板的耦合系数, 与模态辐射效率的计算类似, 可通过坐标变换将四重积分

$$A_{mn} = \frac{k_m^2 + k_n^2}{k_m k_n} \sin(k_m a_{pe}) \sin(k_n b_{pe}) \sum_{s=1}^R \sin(k_m x_s) \sin(k_n y_s). \quad (11)$$

因此

$$\begin{aligned} m_p [\omega_{mn}^2 (1 + j\eta) - \omega^2] H_{mn}(\omega) + \frac{4j\omega h A_{mn}}{ab} \cdot \\ \sum_{m'=1}^M \sum_{n'=1}^N H_{m'n'}(\omega) \sin(k_{m'} x_s) \sin(k_{n'} y_s) = 1. \end{aligned} \quad (12)$$

模态之间互辐射的影响主要体现在声振响应的非共振频率处, 对于共振频率处几乎没有影响, 因此对于总响应和声辐射的贡献可以忽略^[26-27]。本文所计算的频率范围内模态较为稀疏, 模态与模态之间的耦合影响亦可以忽略。忽略模态互辐射的影响后, 式 (12) 可以简化为

$$\begin{aligned} m_p [\omega_{mn}^2 (1 + j\eta) - \omega^2] H_{mn}(\omega) + \\ \frac{4j\omega h A_{mn}}{ab} H_{mn}(\omega) \sin(k_m x_s) \sin(k_n y_s) = 1. \end{aligned} \quad (13)$$

因此单位脉冲激励下板的模态振幅可以写为

$$H_{mn}(\omega) = \frac{1}{m_p [\omega_{mn}^2 (1 + j\eta) - \omega^2] + j\omega h \frac{4}{ab} B_{mn}}, \quad (14)$$

式中, $B_{mn} = A_{mn} \sin(k_m x_s) \sin(k_n y_s)$, ω_{mn} 为板的固有频率:

$$\omega_{mn} = \sqrt{\frac{D}{m_p} (k_m^2 + k_n^2)}. \quad (15)$$

可将式 (14) 进一步写为

$$H_{mn}(\omega) = \frac{1}{m_p [\omega_{mn}^2 (1 + j(\eta + \eta_{ac})) - \omega^2]}, \quad (16)$$

$$\eta_{ac} = \frac{4h\omega}{ab m_p \omega_{mn}^2} B_{mn}, \quad (17)$$

其中, η 为薄板的结构阻尼, η_{ac} 为分散式反馈控制的模态阻尼。式 (17) 表明速度负反馈控制相当于增加了模态的阻尼, 本质上是一种阻尼控制, 其大小与反馈增益系数和系数 B_{mn} 成正比, 系数 B_{mn} 与压电片的位置、数量和大小有关。

板上任意两点 \mathbf{r}_1 和 \mathbf{r}_2 的位移响应的互谱密度表示为^[6]

简化为二重积分:

$$J_{mn}(\omega) = \frac{1}{k_m k_n} J_1^{mn} + J_2^{mn} + \frac{1}{k_m} J_3^{mn} + \frac{1}{k_n} J_4^{mn}, \quad (20)$$

$$\begin{Bmatrix} J_1^{mn} \\ J_2^{mn} \\ J_3^{mn} \\ J_4^{mn} \end{Bmatrix} = \int_0^b \int_0^a \begin{Bmatrix} 1 \\ (a-\xi_x)(b-\xi_y) \\ (b-\xi_y) \\ (a-\xi_x) \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \sin k_m \xi_x \cdot \sin k_n \xi_y \\ \cos k_m \xi_x \cdot \cos k_n \xi_y \\ \sin k_m \xi_x \cdot \cos k_n \xi_y \\ \cos k_m \xi_x \cdot \sin k_n \xi_y \end{Bmatrix} \cdot S_{pp}(\xi_x, \xi_y, \omega) dx dy, \quad (21)$$

其中, (ξ_x, ξ_y) 为两坐标向量 \mathbf{r}_{01} 与 \mathbf{r}_{02} 的差, $S_{pp}(\xi_x, \xi_y, \omega)$ 为 Corcos 模型^[28] 给出的湍流边界层壁面脉动压力相关函数的拟合公式, 即

$$S_{pp}(\xi_x, \xi_y, \omega) = \Phi_{pp}(\omega) \exp(-\Gamma_1 \omega \xi_x / U_c) \cdot \exp(-\Gamma_2 \omega \xi_y / U_c) \cos(\omega \xi_x / U_c), \quad (22)$$

其中, $\Phi_{pp}(\omega)$ 为湍流边界层脉动压力的自功率谱密度, 参数 Γ_1 和 Γ_2 为 Finnveden 等^[29] 建议的值, 分别为 0.116 和 0.7, 对流速度 U_c 近似为自由流速的分数 $U_c = 0.7U_\infty$ 。

当 $\mathbf{r}_1 = \mathbf{r}_2$ 时, 可得到位移响应的自谱密度, 即

$$S_{WW}(\mathbf{r}, \omega) = \Phi_{PP}(\omega) \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N |H_{mn}(\omega)|^2 \Phi_{mm}^2(\mathbf{r}) J_{mn}(\omega). \quad (23)$$

由此可得到板的动能为

$$S_{EE}(\omega) = \frac{m_e}{2} \omega^2 \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N |H_{mn}(\omega)|^2 J_{mn}(\omega), \quad (24)$$

辐射声功率为

$$S_{PP}(\omega) = \rho_0 c_0 \omega^2 \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N |H_{mn}(\omega)|^2 \sigma_{mn} J_{mn}(\omega), \quad (25)$$

其中, σ_{mn} 为辐射效率:

$$\sigma_{mn} = \frac{64k^2 ab}{\pi^6 m^2 n^2} \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} \left\{ \frac{\cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) \cos\left(\frac{\beta}{2}\right)}{\left[\left(\frac{\alpha}{m\pi}\right)^2 - 1\right] \left[\left(\frac{\beta}{n\pi}\right)^2 - 1\right]} \right\}^2 \sin\theta d\theta d\varphi, \quad (26)$$

其中, $\alpha = ka \sin\theta \cos\varphi$, $\beta = kb \sin\theta \sin\varphi$ 。式 (26) 中弦函数的选取由横向模态和纵向模态的奇偶性决定, 当 m 是奇数时, 取 $\cos(\alpha/2)$, 当 m 是偶数时, 取 $\sin(\alpha/2)$; 当 n 是奇数时, 取 $\cos(\beta/2)$, 当 n 是偶数时, 取 $\sin(\beta/2)$ 。

湍流边界层激励下薄板的模态平均声辐射效率, 是所有振动模态叠加所得的声辐射能量与振动能量之比, 通常可表示为

$$\sigma = \frac{\sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \sigma_{mn} J_{mn}(\omega) |H_{mn}(\omega)|^2}{\sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N J_{mn}(\omega) |H_{mn}(\omega)|^2}. \quad (27)$$

2 模型验证

为了验证本文提出的模态展开法求解薄板反馈控制的准确性, 考虑了与元素法^[23] 具有相同参数和激励的铝板。板长 0.278 m, 宽 0.247 m, 厚 1.6 mm, 板上均匀布置 16 个压电控制单元, 压电片的长为 25 mm, 宽为 25 mm, 如图 2 所示。图 3 所示为两种模型的计算结果对比。从图中可知两种模型的计算结果具有较好的一致性。模态展开法的计算速度要明显快于元素法, 以计算板的辐射声功率为例, 模态展开法用时 677 s, 元素法用时 13012 s, 约是模态展开法的 18 倍, 所使用的计算机为六核十二线程、内存为 32G, 两种模型的计算用时均不包含建模时间, 元素法的计算网格为 30×30 , 模态展开法计算了 30×30 阶模态。

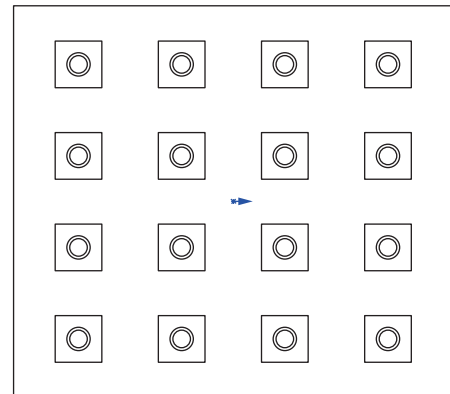


图 2 反馈控制单元均匀布置

3 反馈控制单元的模态阻尼及控制效果

速度负反馈控制即阻尼控制, 该机制主要体现在共振频率处。因此, 在共振频率 ($\omega = \omega_{mn}$) 处, 式 (17) 可进一步写为

$$\eta_a = \frac{4h}{abm_p \omega_{mn}} B_{mn}. \quad (28)$$

由式 (27) 中可知, 在板长 0.55 m, 宽 0.5 m, 厚

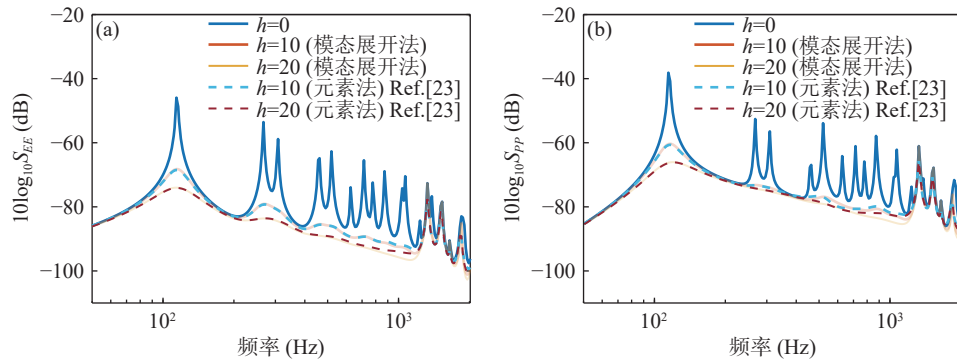


图 3 两种模型计算结果对比 (a) 板的动能; (b) 辐射声功率

1 mm, 自由流速为 225 m/s 的情况下, 共振点处反馈控制的模态阻尼与压电作动器的布放位置有关, 并且与增益系数成正比关系。为了对比反馈控制单元布置在节点线上和错开节点线布置的控制效果, 现考虑两种反馈控制单元的布置方式, 均匀布置和螺旋线布置, 均匀布置为 4 行 4 列等间隔布置, 螺旋线布置时, 反馈控制单元沿螺旋线布置, 螺旋线方程见式 (28), A_l 的初始值为 0.03, t_l 从 0 开始, 间隔为 0.36π , 各反馈控制单元中心点位置坐标如表 1 所示。两种布置方式如图 4 所示。

$$\begin{cases} x = A_l \cos(t_l + 5) + 0.275, \\ y = A_l \sin(t_l + 5) + 0.25, \\ A_l = A_l + 0.012. \end{cases} \quad (29)$$

根据反馈控制单元的布置位置, 可以计算这两

种布置方式的模态阻尼系数。图 5 是增益系数为 40 时, 模态阻尼系数随横向和纵向模态的变化, 从图 5(a) 中可知, 反馈控制单元均匀布置时, 模态阻尼系数的大小随着模态阶数的增大呈现下降的趋势, 在 5 的倍数阶模态的模态阻尼接近于 0, 即在这些模态处没有阻尼效果, 这是因为反馈控制单元 4 行 4 列均匀布置时, 反馈控制单元刚好布置在 (5,5) 阶模态的节线上。从图 5(b) 中可知, 反馈控制单元沿螺旋线布置时, 模态阻尼的大小随着模态阶数的增大也呈现下降趋势, 但是模态阻尼在各阶模态都显示出了较好的阻尼特性。

在板长 0.55 m, 宽 0.5 m, 厚 1 mm, 自由流速为 225 m/s 的情况下, 通过分析反馈控制单元的布置方式可知, 螺旋线布置能明显改善反馈控制单元的模态阻尼, 使各阶模态都能表现出阻尼特性。分析反

表 1 反馈控制单元中心点的位置坐标

	1	2	3	4	5	6	7	8
x (m)	0.2835	0.3165	0.3051	0.2411	0.1974	0.2449	0.3475	0.3821
y (m)	0.2212	0.2436	0.2948	0.3066	0.2423	0.1652	0.1782	0.2891
	9	10	11	12	13	14	15	16
x (m)	0.2862	0.1559	0.1513	0.3011	0.4423	0.3973	0.1955	0.0651
y (m)	0.3755	0.3197	0.1651	0.0901	0.2023	0.3901	0.4313	0.2556

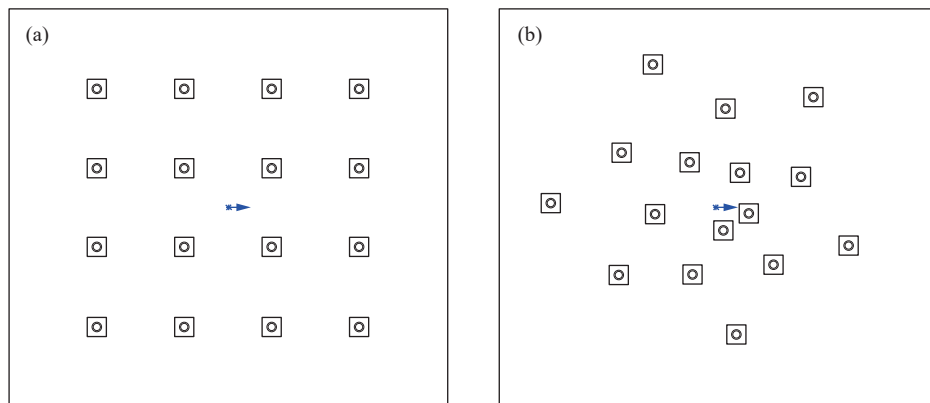


图 4 反馈控制单元的布置位置 (a) 均匀布置; (b) 螺旋线布置

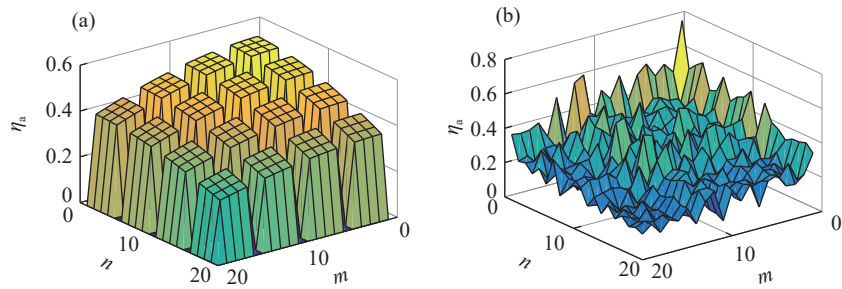


图 5 模态阻尼系数随模态的变化 (a) 均匀布置; (b) 沿螺旋线布置

馈控制单元的数量对模态阻尼的影响, 比较 16 个、9 个和 4 个反馈控制单元沿螺旋线布置时有源阻尼在各阶模态的分布。对比图 5 (b) 和图 6 可知, 随着反馈控制单元数量的减少, (1,1) 阶模态的阻尼随之降低, 整体的模态阻尼也有所降低。当反馈控制单元的布置方式一定时, 模态阻尼与反馈控制单元的数量近似呈线性关系。

由以上结果可知, 反馈控制单元均匀布置和沿螺旋线布置时, 阻尼特性有较大的差异。图 7 给出了 16 个反馈控制单元均匀布置和螺旋线布置时板的动能和辐射声功率。反馈控制单元均匀布置时, 在 5 的倍数阶模态的控制效果较差, 主要是因为这些模态处的模态阻尼系数较小。而反馈控制单元沿螺旋线布置时, 因为在 (1,1) 阶的模态阻尼有所提高, 并且各阶模态都有良好的阻尼特性, 既改善了 (1,1) 阶模态的控制效果, 又拓宽了反馈控制单元的

控制频带, 使得中高频处的控制效果得到改善。(1,2) 和 (2,1) 阶模态的辐射声功率较小, 是因为 (1,2) 和 (2,1) 阶模态的辐射系数较小。

由图 7 可知, 分散式速度负反馈显著降低了部分模态的响应和辐射声功率, 但通常两者降低的幅度并不相同。这表明薄板的模态平均声辐射效率可能会因为速度负反馈的存在而变化。图 8 为反馈控制单元均匀布置和沿螺旋线布置时的模态平均声辐射效率, 反馈控制单元均匀布置时, 随着反馈增益的增加, 在 40 ~ 230 Hz 频带内的模态平均声辐射效率明显提高, 而 (1,1) 阶和 5 的倍数阶模态的平均辐射效率没有明显变化, 这是因为反馈控制单元对 5 的倍数阶模态的动能和辐射声功率的控制效果较差, 而 (1,1) 模态为整体运动, 向前和向后运动的介质不存在相互抵消, 额外的阻尼不会影响向前和向后运动介质的抵消程度, 所以模态平均声辐射效率没有

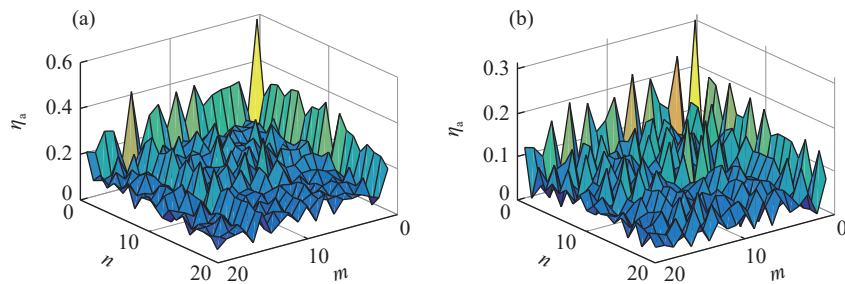


图 6 反馈控制单元的数量对模态阻尼的影响 (a) 控制单元数量 9 个; (b) 控制单元数量 4 个

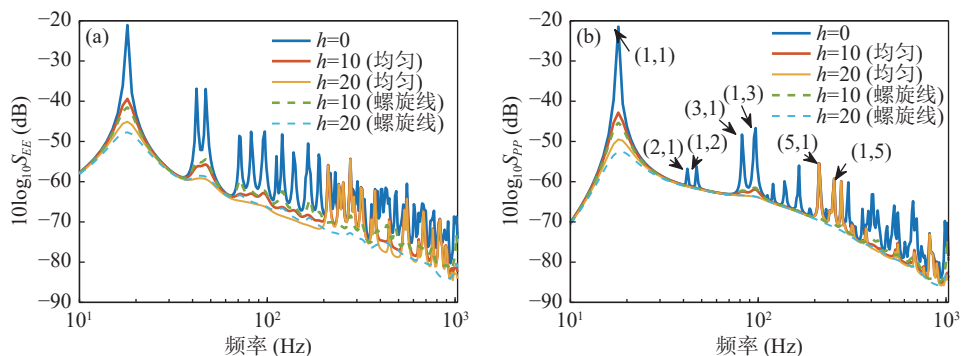


图 7 反馈控制单元均匀和螺旋线排布时 (a) 板的动能和 (b) 辐射声功率

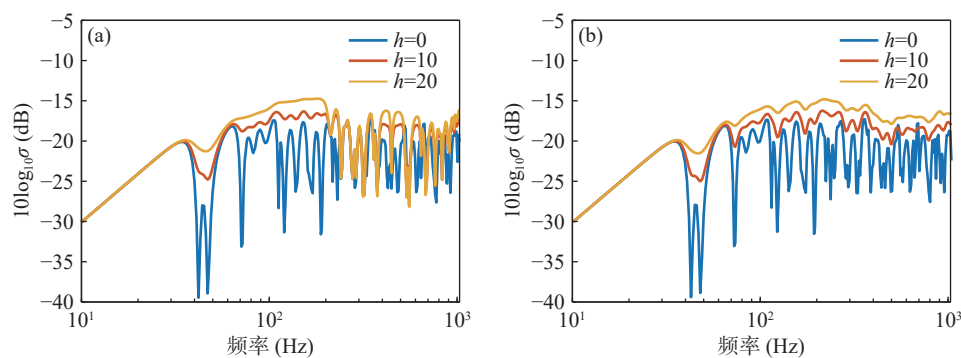


图 8 模态平均声辐射效率 (a) 均匀布置; (b) 螺旋线布置

发生变化, 这与结构阻尼的影响机制一致^[30]。当反馈控制单元沿螺旋线布置时, 除 (1,1) 阶模态外, 模态平均声辐射效率随着反馈增益的增大明显提高。

4 结论

采用模态展开法求解 TBL 激励下薄板的分散式反馈控制, 给出了分散式速度反馈控制与模态阻尼关系的显示表达式, 表明分散式速度反馈控制相当于增加了模态的阻尼, 本质上是阻尼控制。与元素法相比, 模态展开法物理概念更清晰, 计算效率更高, 为较大结构上反馈控制单元位置和数目的优化提供了可能。

通过对比两种反馈控制单元布置方式的模态阻尼可知, 板上均匀放置 16 个反馈控制单元时, 反馈控制的模态阻尼系数在 5 的倍数阶接近于 0, 即在 5 的倍数阶模态处的控制效果较差。而反馈控制单元沿螺旋线布置时, 不仅提高了 (1,1) 阶的模态阻尼, 并且在 5 的倍数阶模态处的模态阻尼系数明显高于反馈控制单元均匀排布时的模态阻尼系数。

反馈控制单元的布置方式一定时, 模态阻尼大小与反馈控制单元的数量近似呈线性关系。反馈控制单元沿螺旋线布置不仅提高了板动能及辐射声功率在 (1,1) 阶模态的控制效果, 而且明显拓宽了有效的控制频带。两种反馈控制单元布置方式, 在动能和辐射声功率控制较好的共振频率处, 除第一阶模态外, 随着反馈增益的增加, 模态平均声辐射效率明显提高, 与结构阻尼具有相同的性质。

参 考 文 献

- Bhat W V. Flight test measurement of exterior turbulent boundary layer pressure fluctuations on Boeing model 737 airplane. *J. Sound Vib.*, 1971; **14**(4): 439–457
- 汤渭霖. 湍流边界层压力起伏激励下弹性板的噪声辐射. *声学学报*, 1991; **16**(5): 352–364
- 徐嘉启, 周振龙, 梅志远. 湍流激励下柔性层贴敷加筋板自噪声的特征机理. *声学学报*, 2021; **46**(1): 143–160
- Graham W R. Boundary layer induced noise in aircraft, Part I: the flat plate model. *J. Sound Vib.*, 1996; **192**(1): 101–120
- Graham W R. Boundary layer induced noise in aircraft, Part II: the trimmed flat plate model. *J. Sound Vib.*, 1996; **192**(1): 121–138
- Liu B L. Noise radiation of aircraft panels subjected to boundary layer pressure fluctuations. *J. Sound Vib.*, 2008; **314**(3-5): 693–711
- Liu B L, Feng L P, Nilsson A C, *et al.* Predicted and measured plate velocities induced by turbulent boundary layers. *J. Sound Vib.*, 2012; **331**(24): 5309–5325
- Liu B L, Li X. Noise transmission and absorption of lightweight structures: an overview and experience. Distinguished Plenary Lecture, ICSV26, Montreal, 2019
- Kou Y W, Liu B L, Tian J. Radiation efficiency of damped plates. *J. Acoust. Soc. Am.*, 2015; **137**(2): 1032–1035
- Kou Y W, Liu B L, Chang D Q. Radiation efficiency of plates subjected to turbulent boundary layer fluctuations. *J. Acoust. Soc. Am.*, 2016; **139**(5): 2766–2771
- Cremer L, Heckl M. Structure-borne sound: Structural vibrations and sound radiation at audio frequencies. Springer Berlin, Heidelberg, 2013
- Leppington F G, Broadbent E G, Heron K H. The acoustic radiation efficiency of rectangular panels. *Proc. R. Soc. Lond. A*, 1982; **382**: 245–271
- Gardonio P, Elliott S J. Smart plates for active structural acoustic control. *Smart Mater Struct.*, 2004; **13**(6): 1314
- 曹寅. 结构声的分散式主动控制理论和实验研究. 博士学位论文, 北京: 中国科学院大学, 2013
- 姚慧珠, 孙庆鸿. 压电陶瓷在结构振动及声辐射有源控制中的新应用. *南京化工大学学报*, 1995(2): 108–112
- Elliott S J, Gardonio P, Sors T C, *et al.* Active vibroacoustic control with multiple local feedback loops. *J. Acoust. Soc. Am.*, 2002; **111**(2): 720–731
- Jayachandran V, Sun J Q. Unconditional stability domains of structural control systems using dual actuator-sensor pairs. *J. Sound Vib.*, 1997; **208**(1): 159–166
- Cao Y, Sun H L, An F Y, *et al.* Virtual absorbed energy in decentralized velocity feedback control of a plate with piezoelectric patch actuators. *Appl. Acoust.*, 2013; **74**(6): 909–919
- 曹寅, 孙红灵, 李晓东. 板振动的无需次级通道建模的分散式前馈控制方法研究. *振动与冲击*, 2014; **33**(3): 98–104
- Gardonio P, Bianchi E, Elliott S J. Smart plate with multiple de-

- centralized units for the control of sound transmission, Part I: theoretical predictions. *J. Sound Vib.*, 2003; **274**(1-2): 163–192
- 21 Gardonio P, Bianchi E, Elliott S J. Smart plate with multiple decentralized units for the control of sound transmission, Part II: design of the decentralized control units. *J. Sound Vib.*, 2003; **274**(1-2): 193–213
- 22 Bianchi E, Gardonio P, Elliott S J. Smart plate with multiple decentralized units for the control of sound transmission, Part III: control system implementation. *J. Sound Vib.*, 2003; **274**(1-2): 215–232
- 23 Rohlfing J, Gardonio P. Homogeneous and sandwich active plates under deterministic and stochastic excitation. *J. Acoust. Soc. Am.*, 2009; **125**(6): 3696–3706
- 24 Clark R L, Fuller C R, Wicks A L. Characterization of multiple piezoelectric actuators for structural excitation. *J. Acoust. Soc. Am.*, 1991; **90**(1): 346–357
- 25 寇毅伟. 包含气动载荷影响的飞机壁板结构声振特性研究. 博士学位论文, 北京: 中国科学院声学研究所, 2016: 22–23
- 26 Chang D Q, Liu B L. The modal coupling effect on the noise radiation of beams under different excitations. *Noise Control Eng. J.*, 2017; **65**(4): 336–344
- 27 Wu C J. Wave propagation approach for structural vibration. Springer Singapore, 2021
- 28 Corcos G M. Resolution of pressure in turbulence. *J. Acoust. Soc. Am.*, 1963; **35**(2): 192–199
- 29 Finnveden S, Birgersson F, Ross U, *et al.* A model of wall pressure correlation for prediction of turbulence-induced vibration. *J. Fluid Struct.*, 2005; **20**: 1127–1143
- 30 Nilsson A C, Liu B L. *Vibro-Acoustics*, Volume 2. Springer Berlin, Heidelberg, 2016